

Rastergrafik-Algorithmen

1. Darstellung von Linien, Polygonen und Kurven

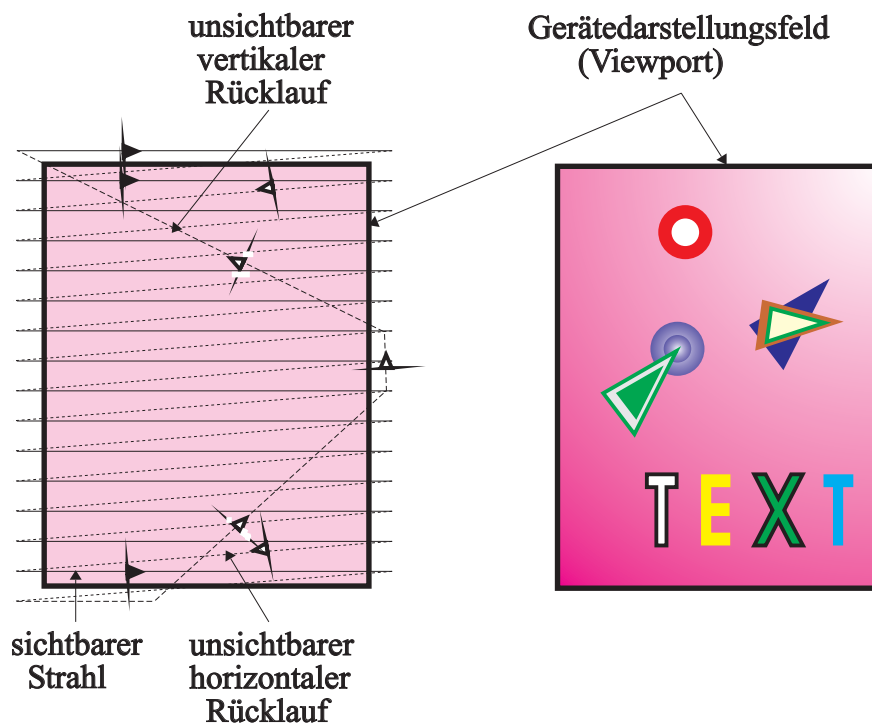
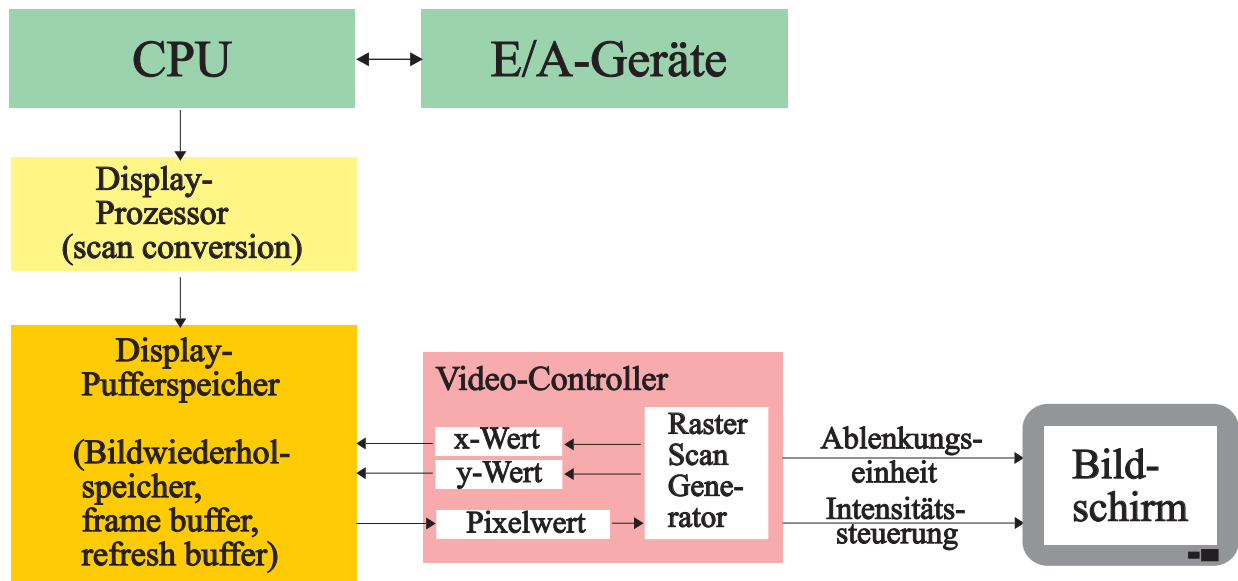
2. Clippen

3. Füllen von Polygonen und geschlossenen Kurven

4. Farbmodelle, Farbtabellen, Halbtonverfahren

5. Minderung von Aliasing-Effekten

Rastergrafiksystem (Raster Scan System)



1. Darstellung von Linien, Polygonen und Kurven

1.1 Vorbemerkungen

1.2 Linien- oder Vektorgenerierung

1.2.1 Inkrementeller Algorithmus

1.2.2 Bresenham-Algorithmus

1.2.3 Midpoint Line-Algorithmus

1.2.4 Strukturelle Algorithmen

1.3 Polygondarstellung

1.4 Kurven 2. Grades

1.4.1 Vorbemerkungen

1.4.2 Kreisgenerierung

1.4.3 Ellipsengenerierung

1.5 Interpolation und Approximation von Kurven höheren Grades

1.5.1 Vorbemerkungen

1.5.2 Parametrisierung

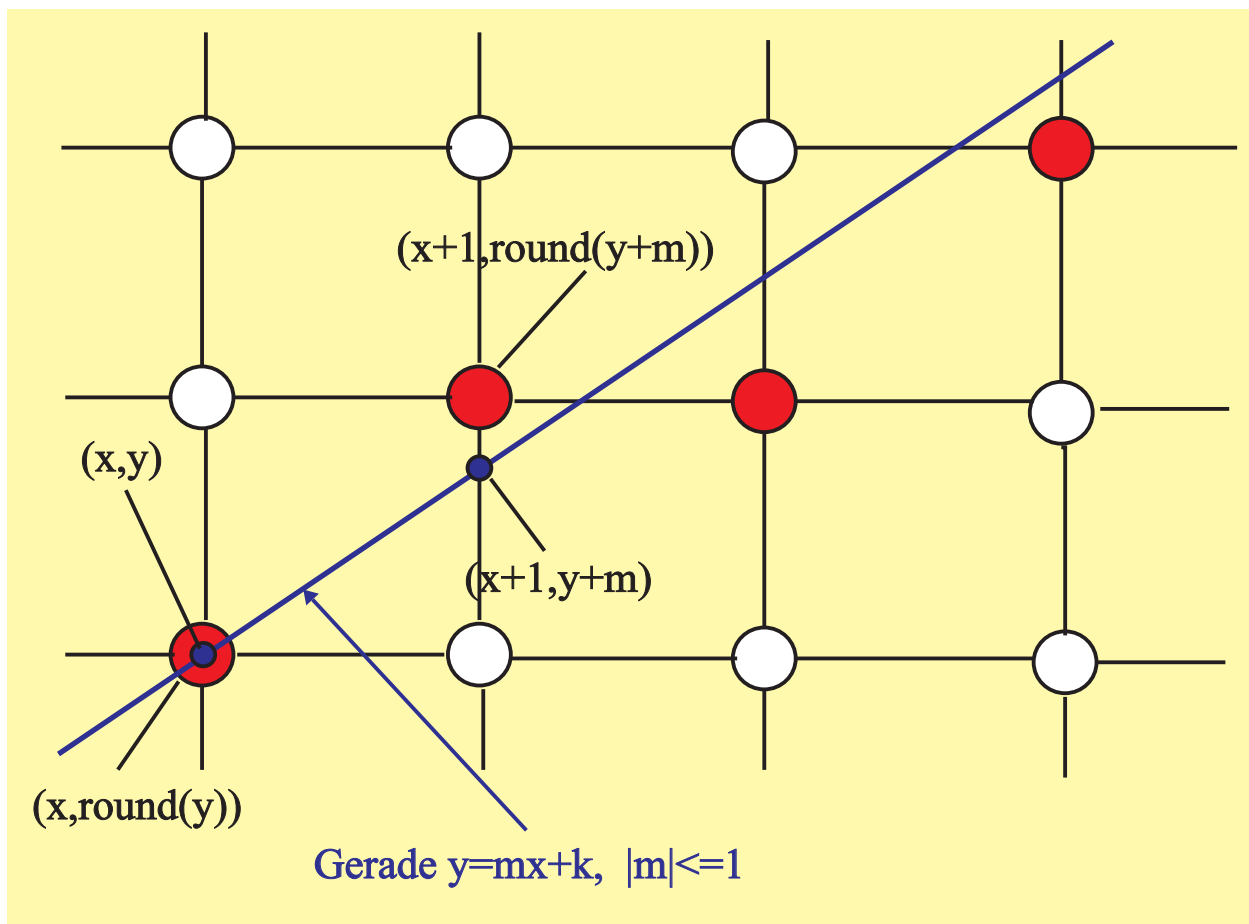
1.5.3 Kubische Splines

1.5.4 Bezier-Kurven

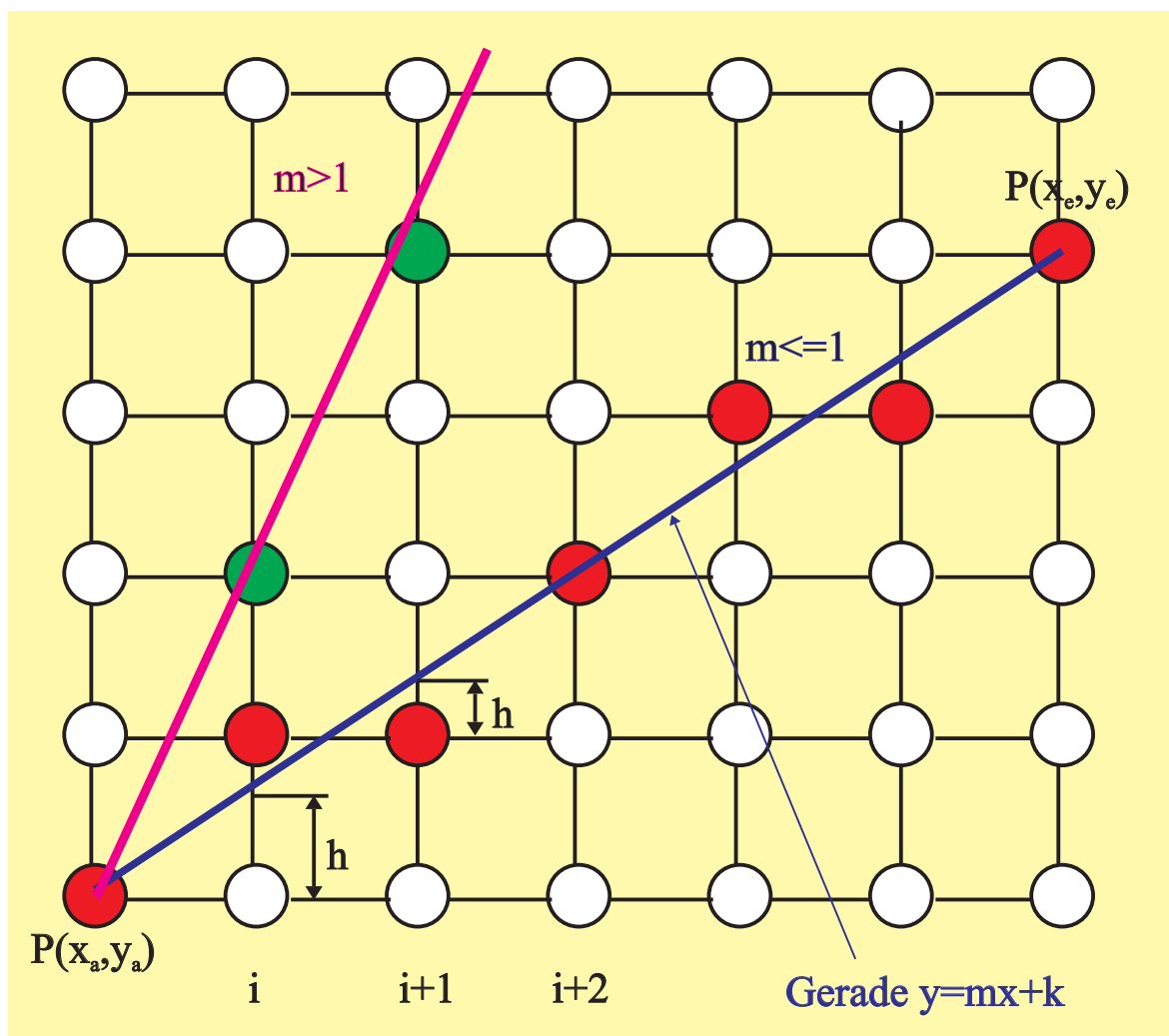
1.5.5 B-Splines

1.5.6 NURBS

Liniendarstellung Inkrementeller Algorithmus



Bresenham-Algorithmus (1)



Bresenham-Algorithmus (2)

```
procedure Bresenham(xA,yA,xB,yB,Color: Word);  
  var dx,dy,R,C,G,K1,K2: integer;  
begin  
  dx:=xB-xA;  dy:=yB-yA;  
  K1:=2*dy;  K2:=2*(dy-dx);  
  
  G:=2*dy-dx; C:=xA; R:=yA;  
  while C<=xB do  
  begin  
    PutPixel(C,R,Color);  
    C:=C+1;  
    if G>0 then begin R:=R+1; G:=G+K2 end  
    else G:=G+K1  
  end  
end {Bresenham};
```

Bresenham-Algorithmus (3)

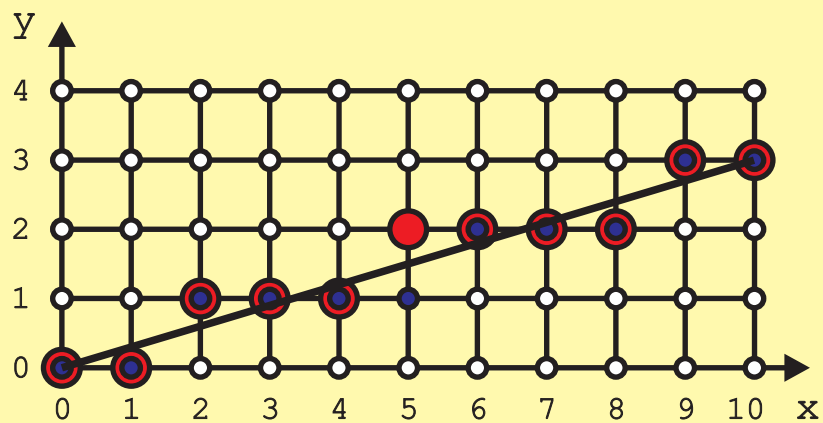
$$\begin{array}{ll} x_A = 0 & y_A = 0 \\ x_B = 10 & y_B = 3 \end{array}$$

Test für den Zeilenwechsel: $G > 0$

$C(=x_i)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R(=y_i)$	0	0	1	1	1	1	2	2	2	3	3
G	-4	2	-12	-6	0	6	-8	-2	4	-10	-4

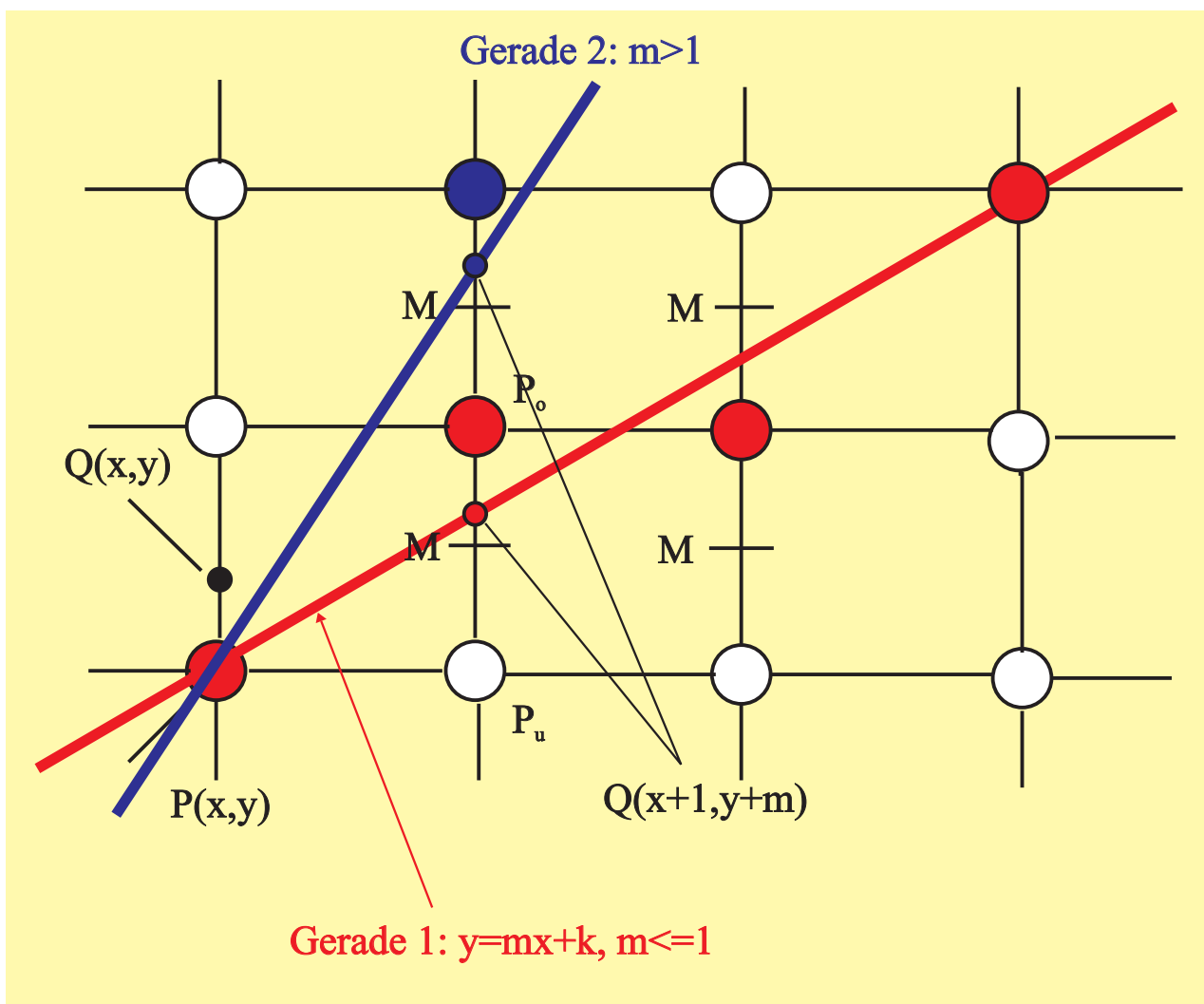
Test für den Zeilenwechsel: $G \geq 0$

$C(=x_i)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R(=y_i)$	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3
G	-4	2	-12	-6	0	-14	-8	-2	4	-10	-4

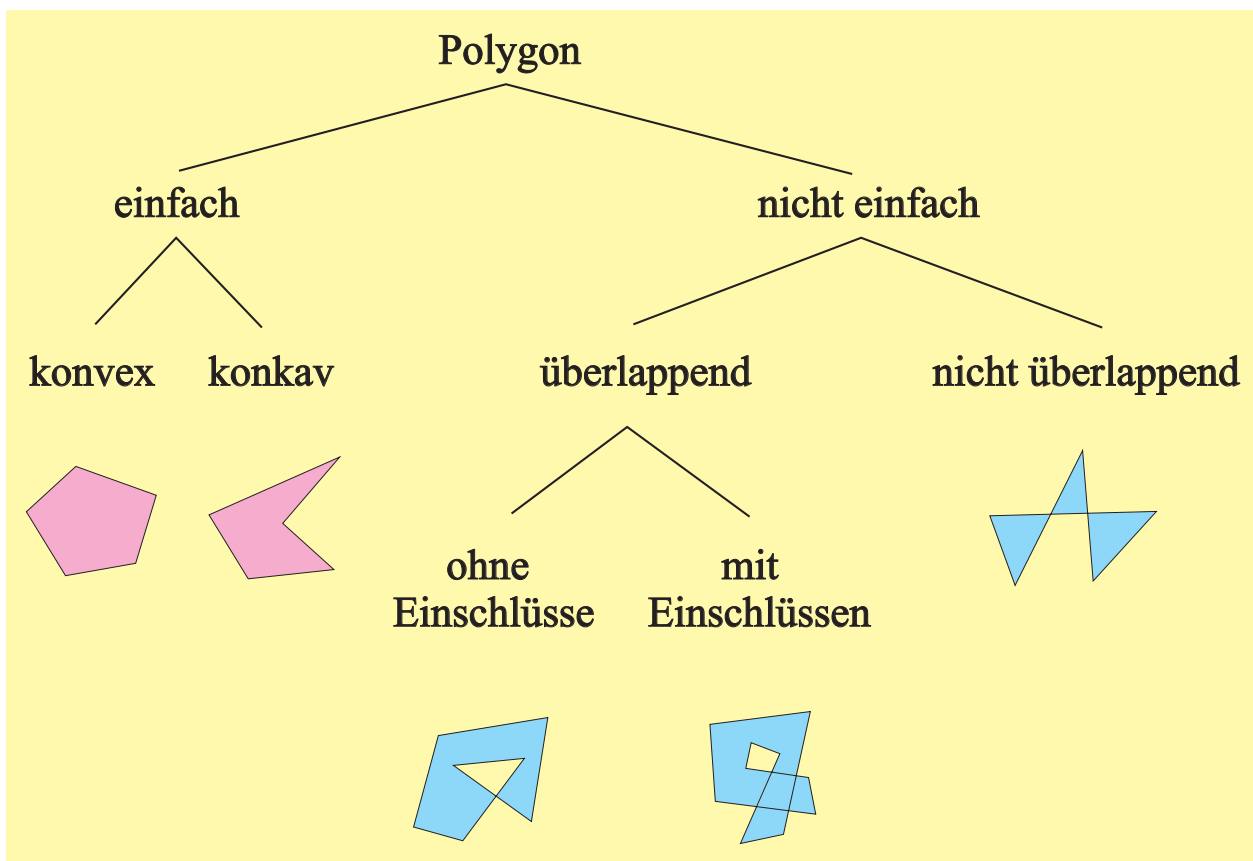


- Punktauswahl beim Test $G > 0$
- Punktauswahl beim Test $G \geq 0$

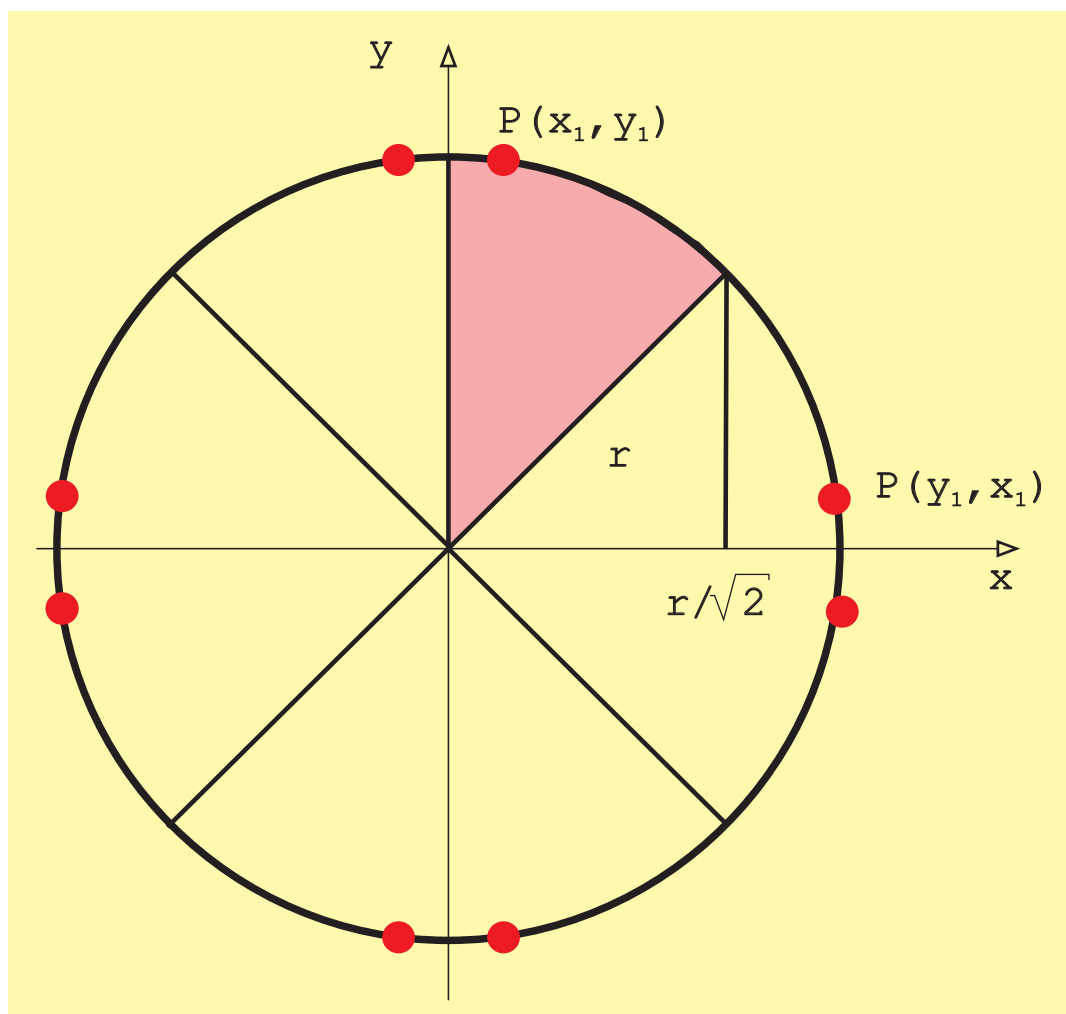
Midpoint Line-Algorithmus



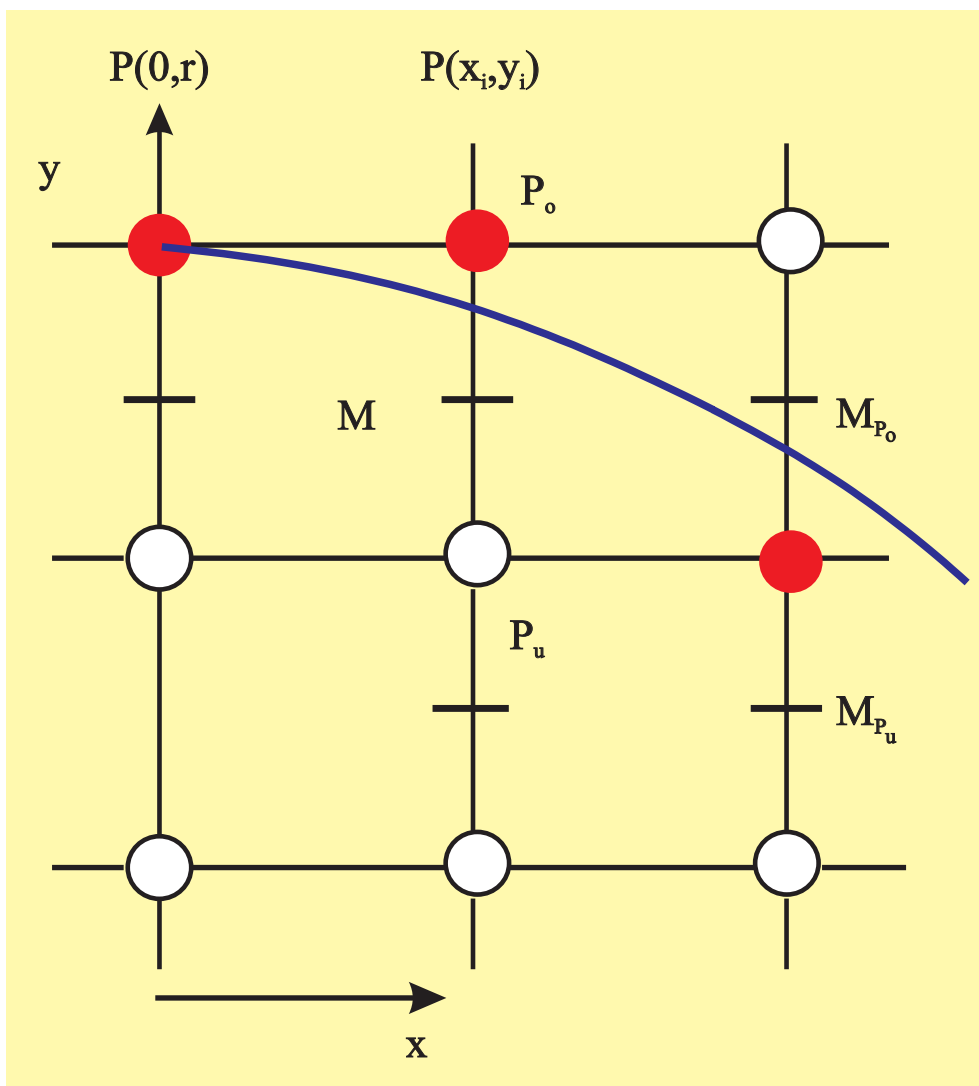
Klassifizierung von Polygonen



8-Punkt-Symmetrie des Kreises



Midpoint Circle-Algorithmus

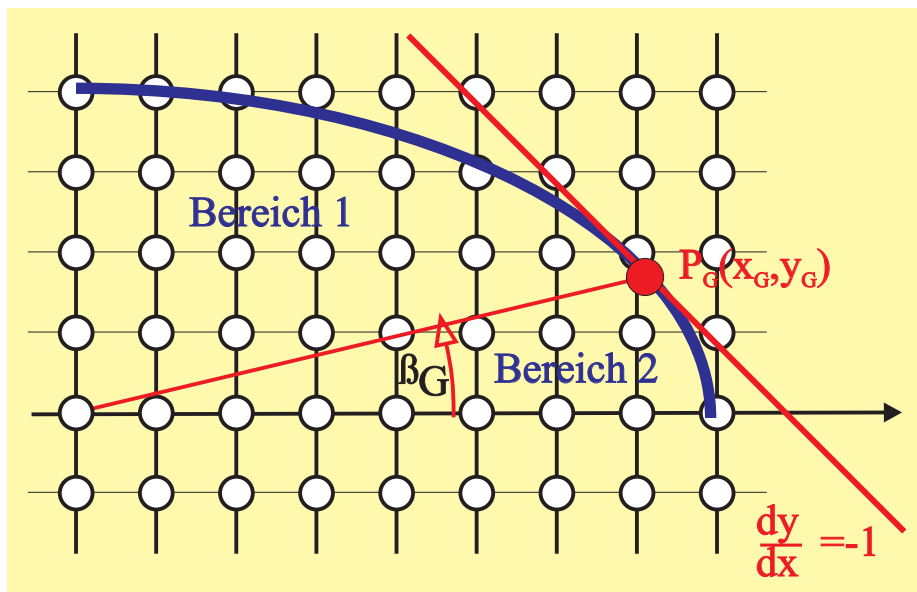


Midpoint Circle-Algorithmus

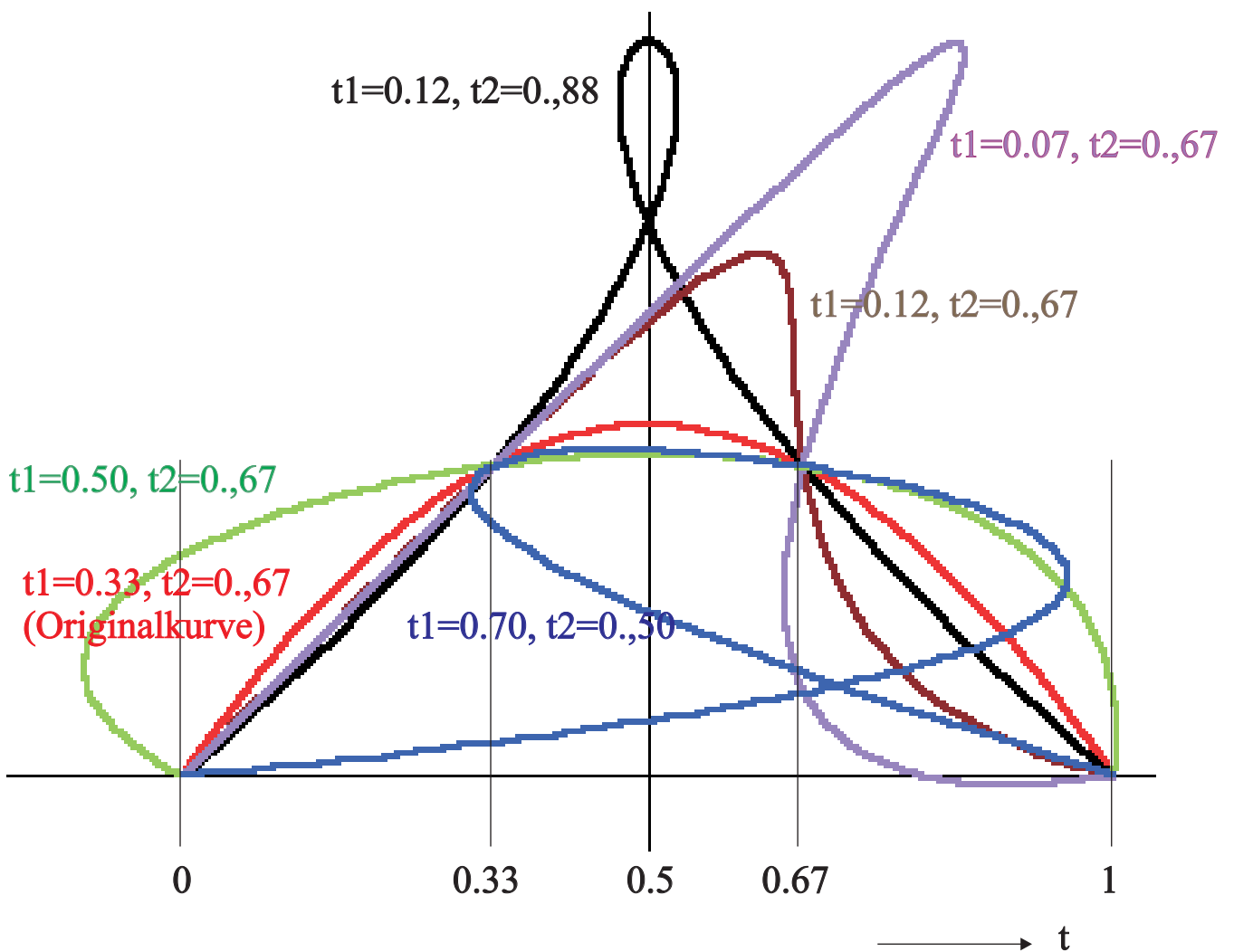
```
procedure CirclePoints(XM, YM, X, Y, Color: Word);
begin
  PutPixel(XM+X, YM+Y, Color);
  PutPixel(XM+Y, YM+X, Color);
  PutPixel(XM+X, YM-Y, Color);
  PutPixel(XM+Y, YM-X, Color);
  PutPixel(XM-X, YM-Y, Color);
  PutPixel(XM-Y, YM-X, Color);
  PutPixel(XM-X, YM+Y, Color);
  PutPixel(XM-Y, YM+X, Color);
end {CirclePoints};
```

```
procedure MidpointCircle1 {2}(XM, YM, R, Color: Word);
  var x, y: integer; T: real; {var x, y, T: integer;}
begin
  x:=0; y:=R; T:=1.25-R; {T:=1-R;}
  CirclePoints(XM, YM, x, y, Color);
  while y>x do
    begin
      if T<0 then T:=T+2*x+3
        else begin T:=T+2*(x-y)+5; y:=y-1 end;
      x:=x+1;
      CirclePoints(XM, YM, x, y, Color);
    end
  end {MidpointCircle12};
```

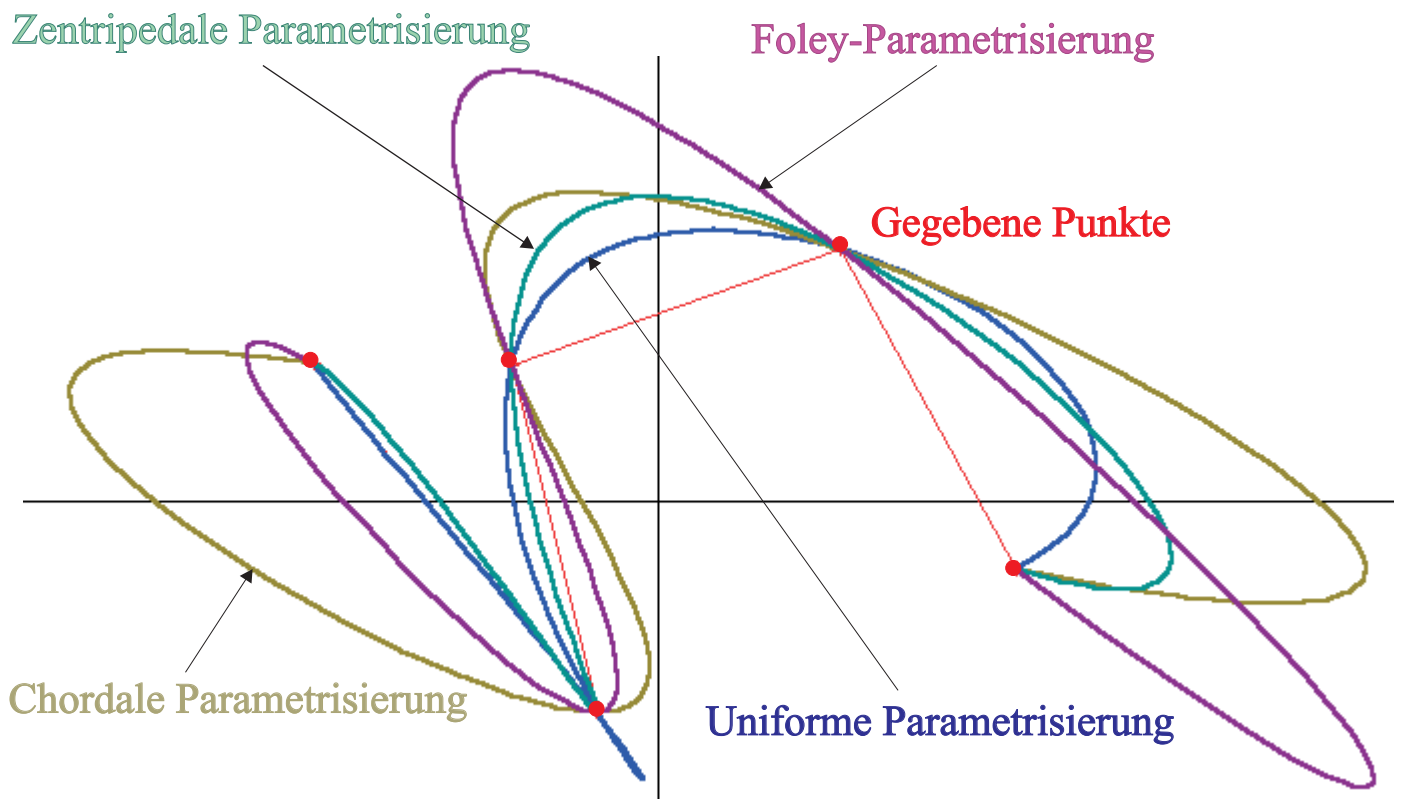
Midpoint Ellipse-Algorithmus



Parametrisierung einer kubischen Kurve



Parametrisierung von Kurven mit verschiedenen Verfahren



B-Splines (1)

Definition

$$\bar{P}(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,k}(t) \bar{P}_i \quad (1)$$

Rekursionsvorschrift für die Basisfunktionen

$$B_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2)$$

$$B_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} B_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} B_{i+1,k-1}(t) \quad \begin{matrix} k > 1 \\ 0 \leq i \leq n \end{matrix}$$

B-Splines (2)

Basisfunktionen für kubische B-Splines

$$B_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$B_{i,2}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} B_{i,1}(t) + \frac{t_{i+2} - t}{t_{i+2} - t_{i+1}} B_{i+1,1}(t)$$

3

$$B_{i,3}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+2} - t_i} B_{i,2}(t) + \frac{t_{i+3} - t}{t_{i+3} - t_{i+1}} B_{i+1,2}(t)$$

$$B_{i,4}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+3} - t_i} B_{i,3}(t) + \frac{t_{i+4} - t}{t_{i+4} - t_{i+1}} B_{i+1,3}(t)$$

B-Splines (3)

Basisfunktionen für kubische B-Splines

$$B_{i,4}(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{(t - t_i)^3}{(t_{i+3} - t_i)(t_{i+2} - t_i)(t_{i+1} - t_i)} & \text{für } t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{(t - t_i)^2(t_{i+2} - t)}{(t_{i+3} - t_i)(t_{i+2} - t_i)(t_{i+2} - t_{i+1})} \\ + \frac{(t_{i+3} - t)(t - t_{i+1})(t - t_i)}{(t_{i+3} - t_i)(t_{i+3} - t_{i+1})(t_{i+2} - t_{i+1})} \\ + \frac{(t_{i+4} - t)(t - t_{i+1})^2}{(t_{i+4} - t_{i+1})(t_{i+3} - t_{i+1})(t_{i+2} - t_{i+1})} \end{array} \right\} & \text{für } t_{i+1} \leq t \leq t_{i+2} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{(t - t_i)(t_{i+3} - t)^2}{(t_{i+3} - t_i)(t_{i+3} - t_{i+1})(t_{i+3} - t_{i+2})} \\ + \frac{(t_{i+4} - t)(t - t_{i+1})(t_{i+3} - t)}{(t_{i+4} - t_{i+1})(t_{i+3} - t_{i+1})(t_{i+3} - t_{i+2})} \\ + \frac{(t_{i+4} - t)^2(t - t_{i+2})}{(t_{i+4} - t_{i+1})(t_{i+4} - t_{i+2})(t_{i+3} - t_{i+2})} \end{array} \right\} & \text{für } t_{i+2} \leq t \leq t_{i+3} \\ \frac{(t_{i+4} - t)^3}{(t_{i+4} - t_{i+1})(t_{i+4} - t_{i+2})(t_{i+4} - t_{i+3})} & \text{für } t_{i+3} \leq t \leq t_{i+4} \\ 0 & \text{sonst} \end{array} \right. \quad \textcircled{4}$$

B-Splines (4)

Für ein B-Spline mit

kubischen Basisfunktionen ($k=4$)

fünf (aktiven) Kontrollpunkten $P_0 \dots P_4$ ($n=4$)

lautet der Knotenvektor nach der weiter vorn angegebenen Vorschrift:

$$T = (t_0 \ t_1 \ t_2 \ t_3 \ t_4 \ t_5 \ t_6 \ t_7 \ t_8)$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$T = (\underbrace{0 \ 0 \ 0 \ 0}_{k\text{-mal}} \ 1 \ \underbrace{2 \ 2 \ 2 \ 2}_{k\text{-mal}})$$

Mit diesem Knotenvektor ergeben sich nach einiger Zwischenrechnung die kubischen Basisfunktionen $B_{i,4}(t)$ mit $0 \leq i \leq n$, d. h. $0 \leq i \leq 4$, zu:

$$B_{0,4}(t) = \begin{cases} (1-t)^3 & \text{für } t_3 \leq t \leq t_4 \rightarrow 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

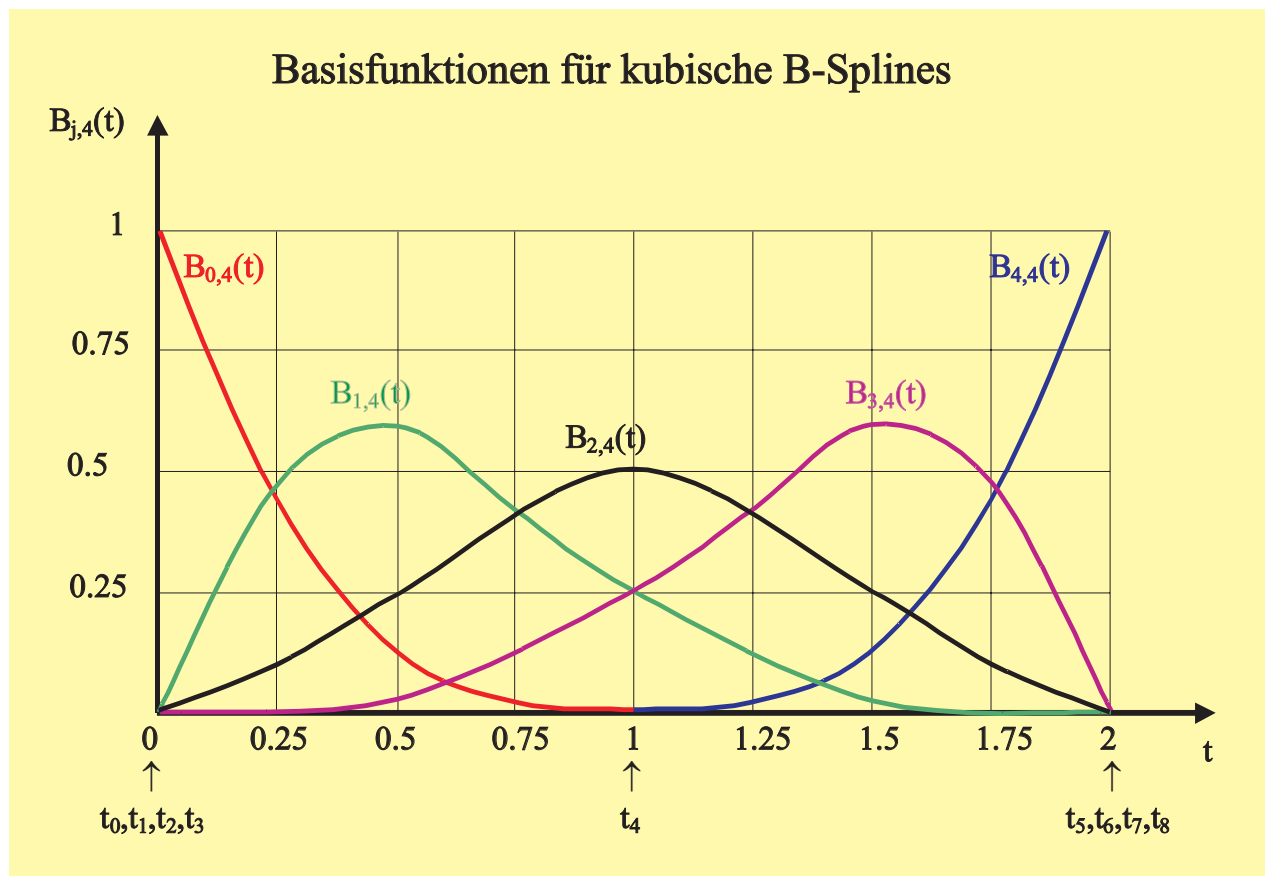
$$B_{1,4}(t) = \begin{cases} t(7t^2 - 18t + 12)/4 & \text{für } 0 \leq t \leq 1 \\ (2-t)^3/4 & \text{für } 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$B_{2,4}(t) = \begin{cases} t^2(3-2t)/2 & \text{für } 0 \leq t \leq 1 \\ (2-t)^2(2t-1)/2 & \text{für } 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$B_{3,4}(t) = \begin{cases} t^3/4 & \text{für } 0 \leq t \leq 1 \\ (2-t)(7t^2-10t+4)/4 & \text{für } 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$B_{4,4}(t) = \begin{cases} (t-1)^3 & \text{für } 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

B-Splines (5)



NURBS (1)

Definition

$$\bar{P}(t) = \sum_{i=0}^n R_{i,k}(t) \bar{P}_i$$

$$R_{i,k}(t) = \frac{w_i B_{i,k}(t)}{\sum_{j=0}^n w_j B_{j,k}(t)}$$

1

Rekursionsvorschrift für die Basisfunktionen

$$B_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

2

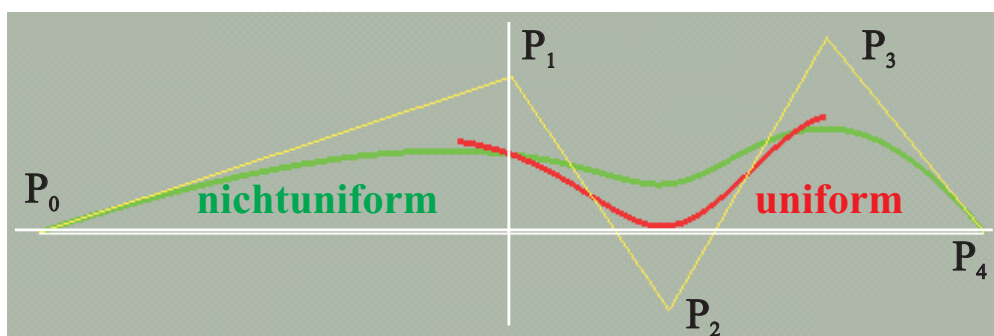
$$B_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} B_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} B_{i+1,k-1}(t) \quad \begin{matrix} k > 1 \\ 0 \leq i \leq n \end{matrix}$$

B-Splines (6)

Beispiel zu uniformen und nichtuniformen B-Splines

Kontrollpunkte: $P_0 = (-30, 0)$
 $P_1 = (0, 20)$
 $P_2 = (10, -10)$
 $P_3 = (20, 25)$
 $P_4 = (30, 0)$

	uniformes B-Spline		nichtuniformes B-Spline	
t	x	y	x	y
0	-3.33	11.66	-30.00	0.00
0.33	2.35	7.93	-7.41	10.23
0.66	6.54	2.90	4.07	8.52
1	10.00	0.83	10.00	6.25
1	10.00	0.83	10.00	6.25
1.33	13.33	4.51	15.18	10.74
1.66	16.66	10.77	21.48	13.01
2	20.00	15.00	30.00	0.00



2. Clippen

2.1 Vorbemerkungen

2.2 2D-Clippen

2.2.1 Clippen von Geraden

2.2.1.1 Cohen-Sutherland-Algorithmus

2.2.1.2 Liang-Barsky-Algorithmus

2.2.1.3 Clippen an Polygonen

2.2.2 Clippen von Polygonen

2.2.2.1 Vorbemerkungen

2.2.2.2 Sutherland-Hodgman-Algorithmus

2.3 3D-Clippen

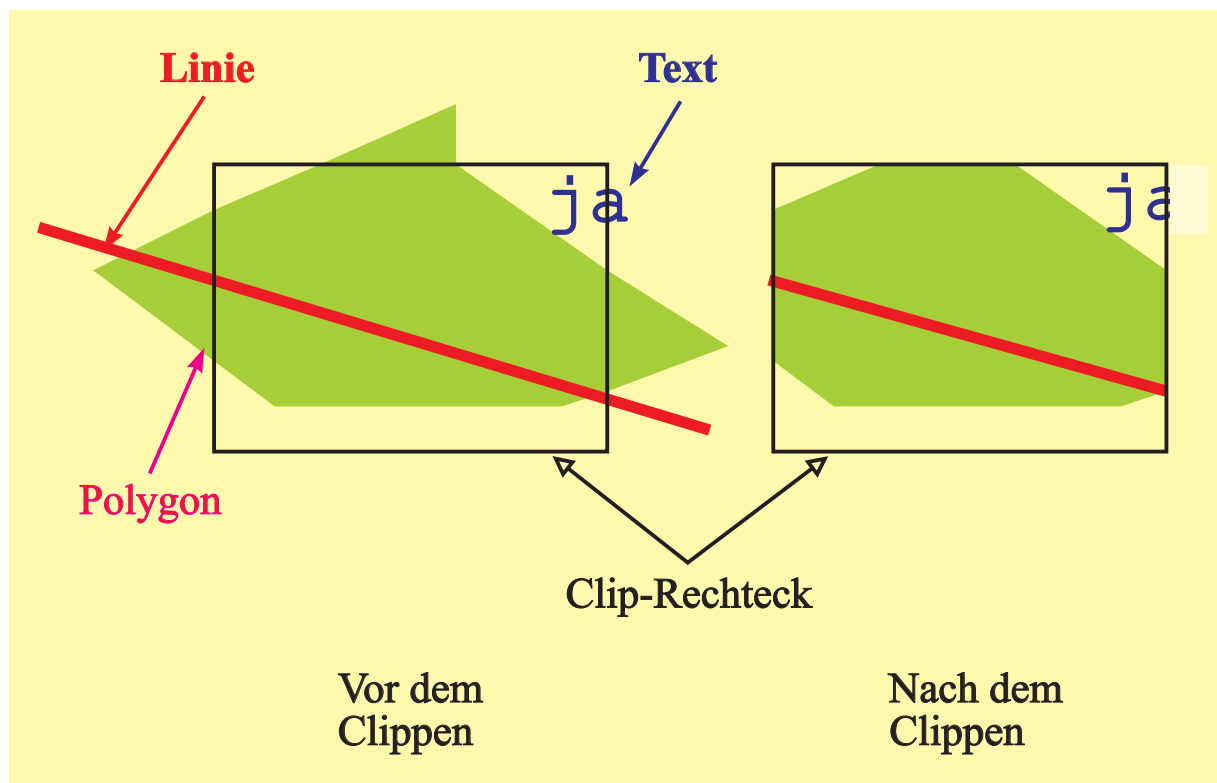
2.3.1 Vorbemerkungen

2.3.2 Sichtbarkeit eines Punktes

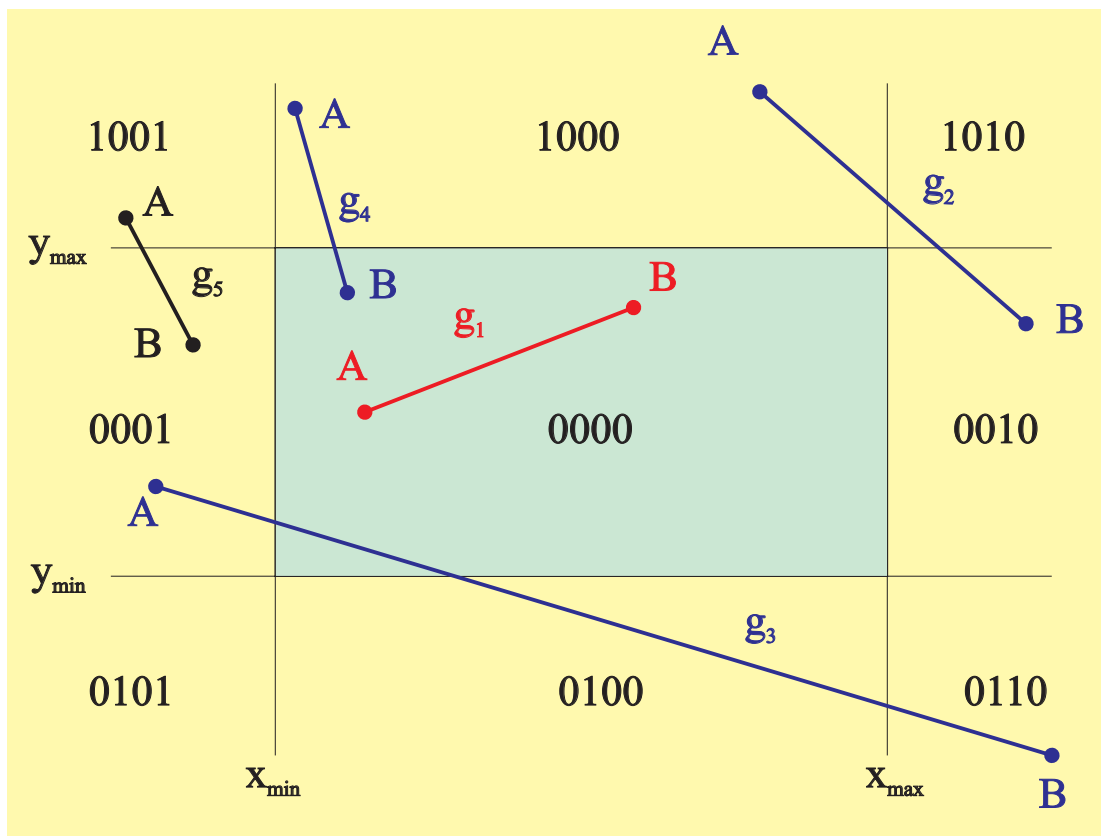
2.3.3 Clippen von Geraden

2.3.4 Clippen von Polygonen

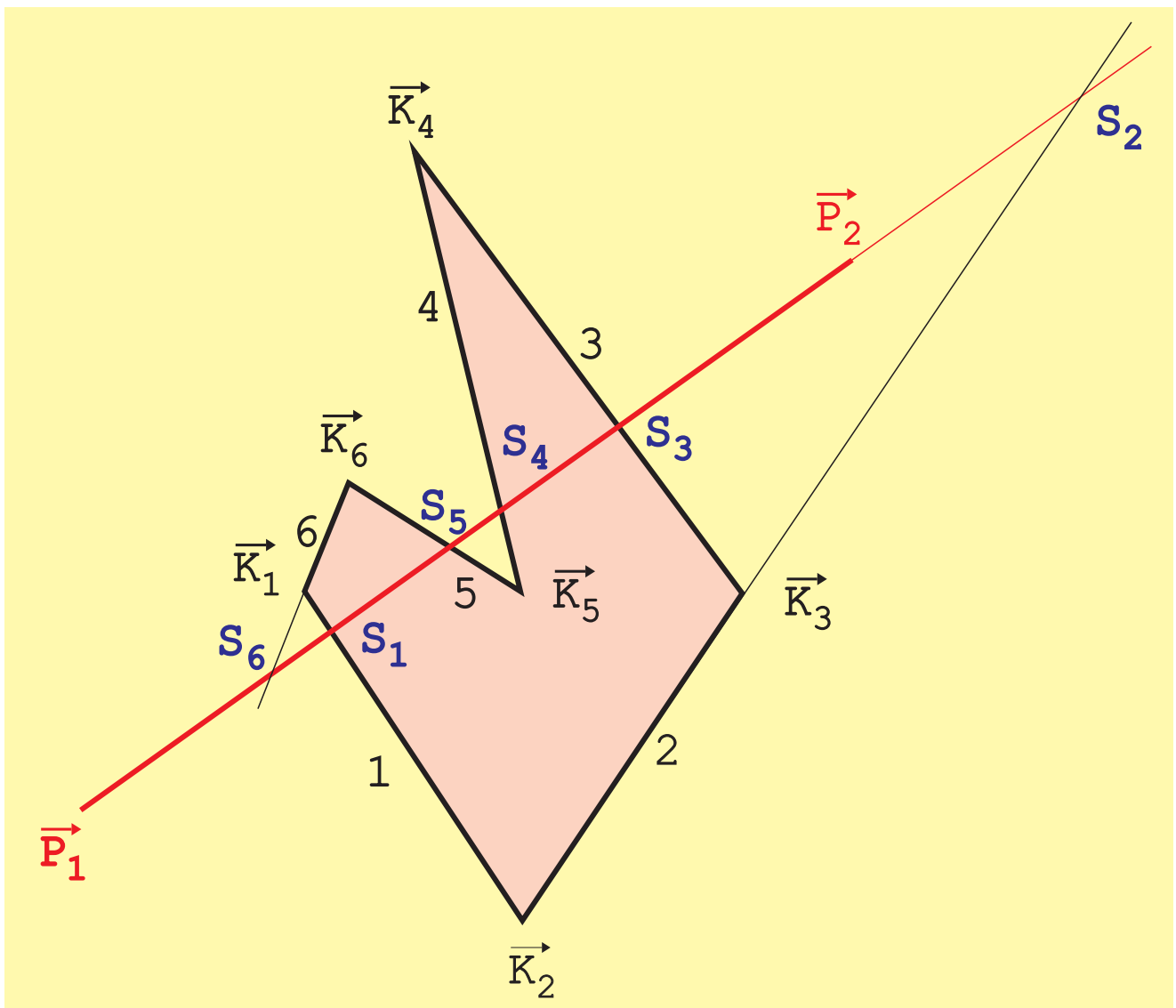
Clippen von Darstellungselementen



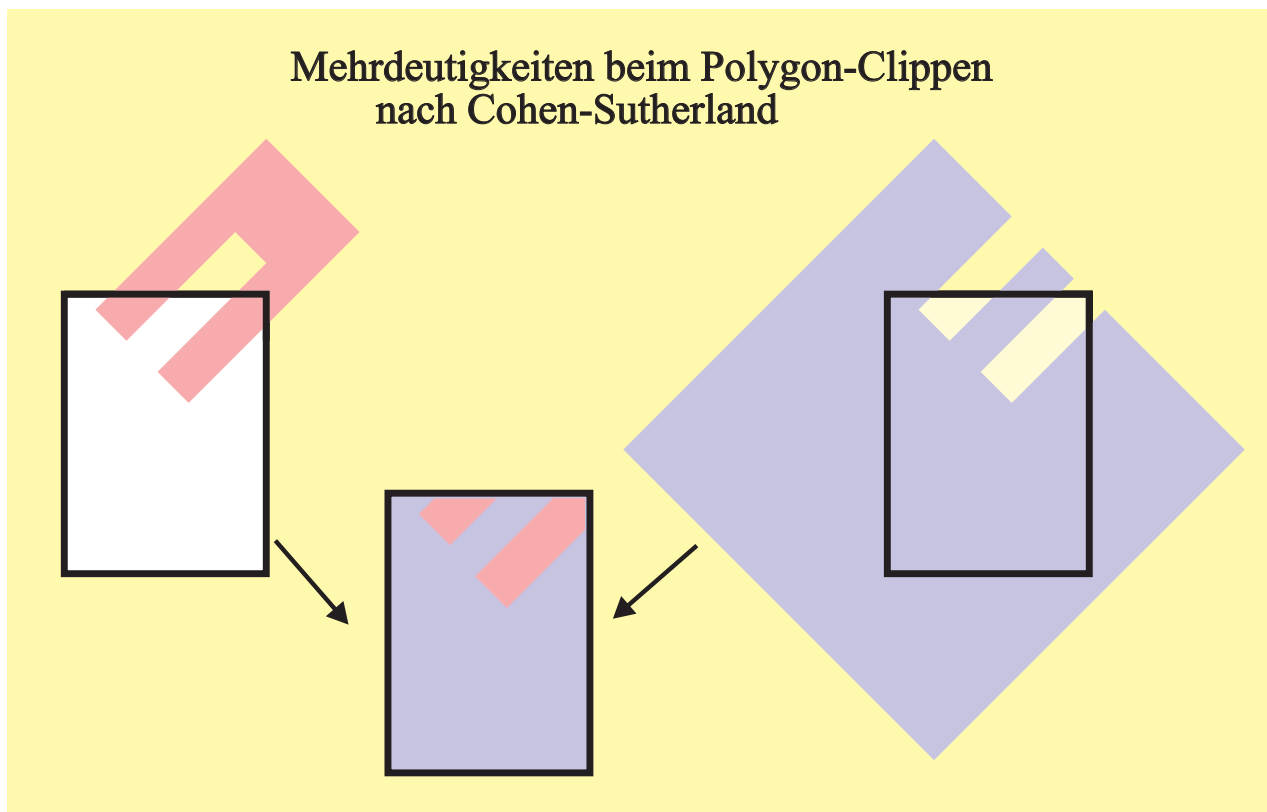
Cohen-Sutherland-Algorithmus



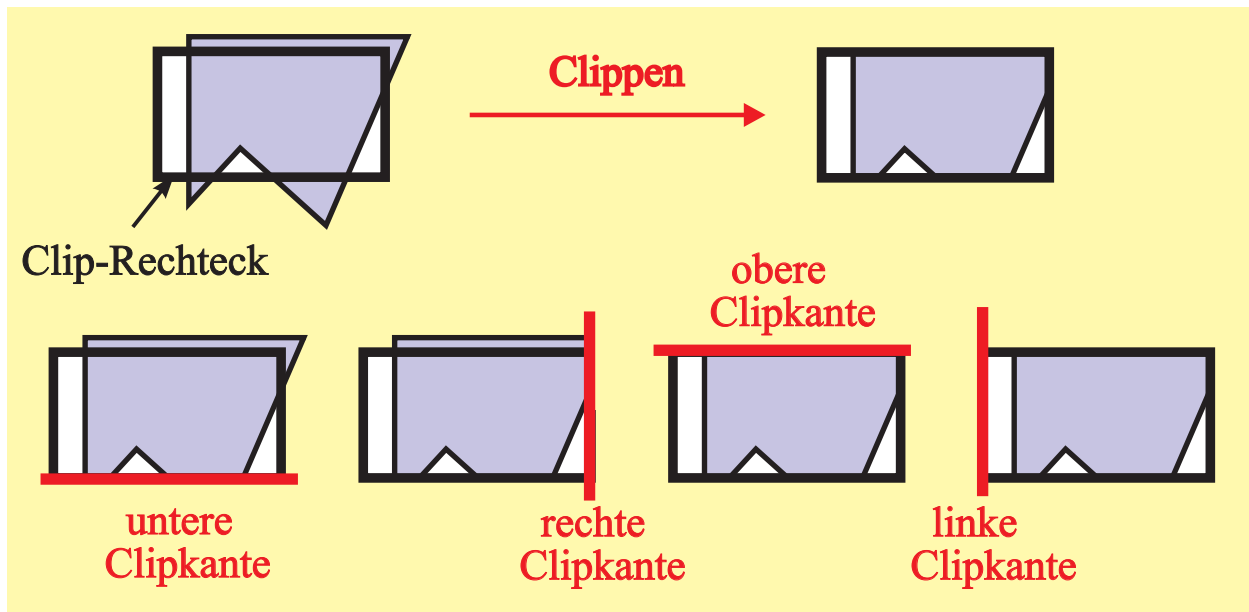
Clippen an Polygonen



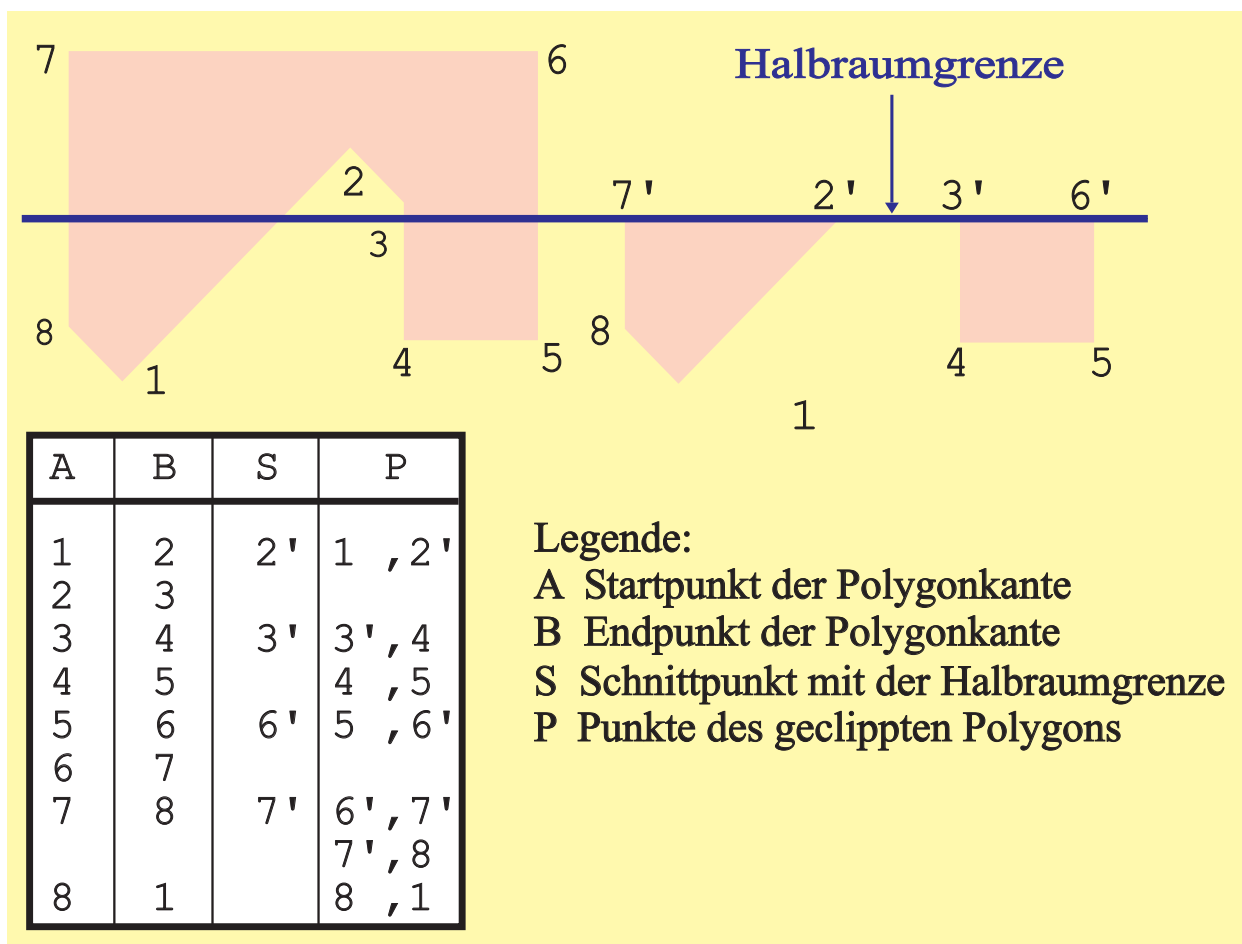
Polygon-Clippen nach Cohen-Sutherland



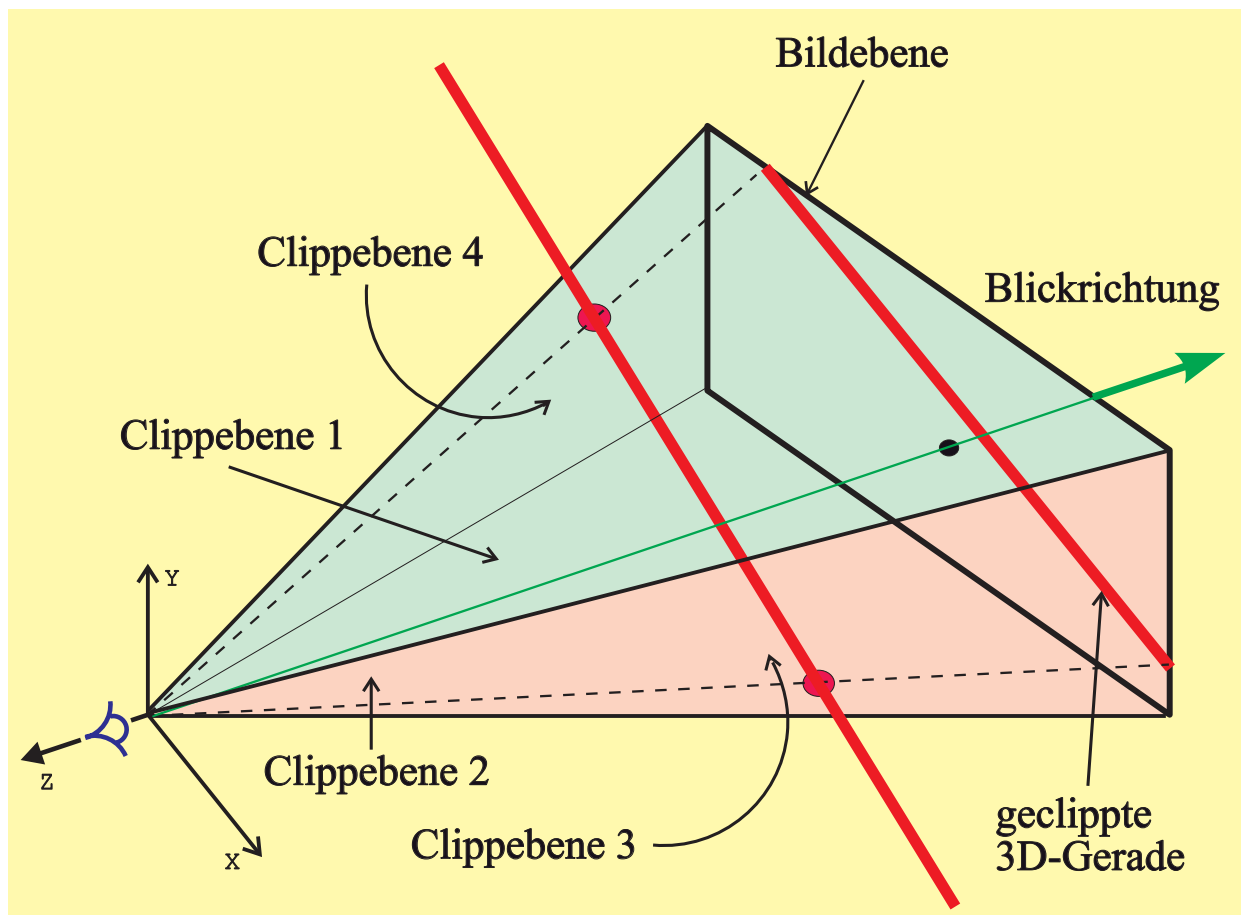
Polygon-Clippen nach Sutherland-Hodgman (Prinzip)



Polygon-Clippen nach Sutherland-Hodgman



3D-Clippen von Geraden



3. Füllen von Polygonen und geschlossenen Kurven

3.1 Vorbemerkungen

3.2 Füllen geometrisch beschriebener Flächen

3.2.1 Innenpunkt-Testmethoden

3.2.2 Scan Line-Algorithmus

3.3 Füllen von im Bildspeicher beschriebenen Flächen

3.3.1 Saatfüll- oder Flood Fill-Algorithmen

3.3.2 Pixellauf-Algorithmus

3.4 Schraffieren von Flächen

3.5 Füllen von Flächen mit Mustern

Füllarten



hollow (leer)



solid (voll)



pattern (Muster)



hatch (Schraffur)

Algorithmen zum Flächenfüllen

Arten von Füllalgorithmen

Fläche ist explizit geometrisch beschrieben

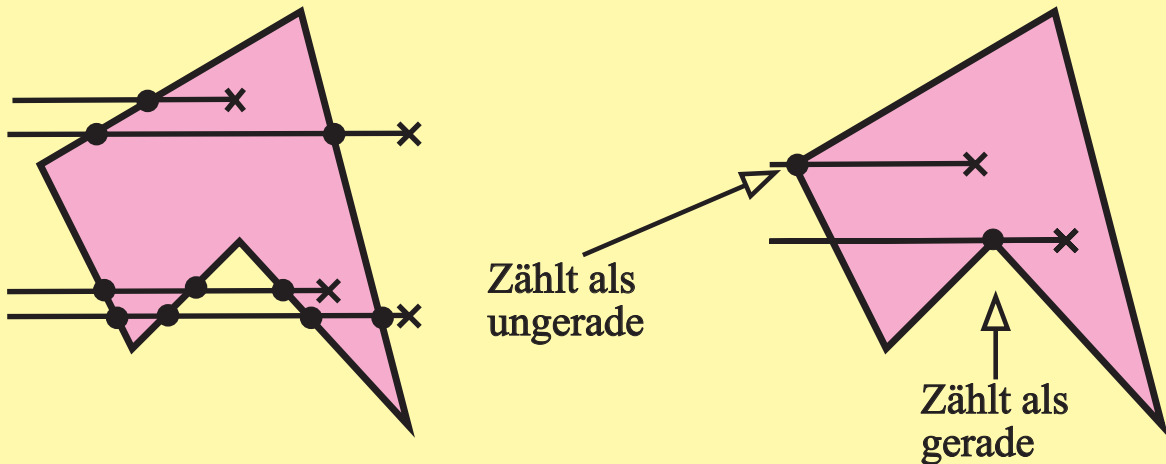
- Gerade-Ungerade-Methode
- Windungszahl-Methode
- XOR-Methode
- Scan Line-Algorithmus

**Fläche ist implizit im
Bildspeicher beschrieben**

- Saatfüll- oder Flood Fill-Algorithmus
- Pixellauf- Algorithmus

Innenpunkt-Test (1)

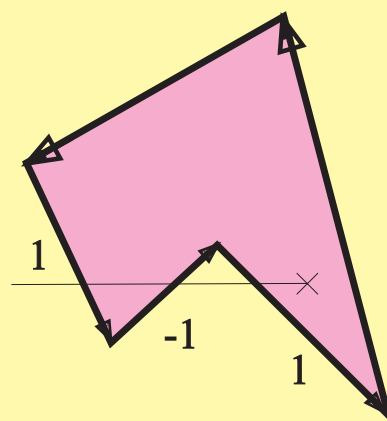
Gerade-Ungerade-Methode



Gerade-Ungerade-
Methode zum Testen
von Innenpunkten

Zählmethode der
Eckpunkte als
Schnittpunkte

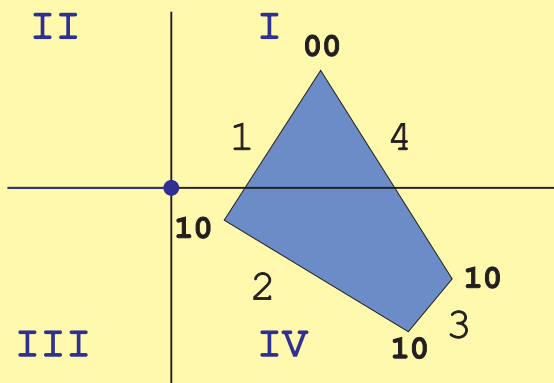
Windungszahl-Methode



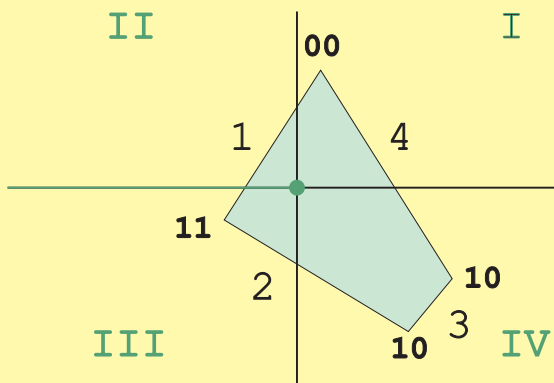
Windungszahl als Summe der
Richtungszahlen

Innenpunkt-Test (2)

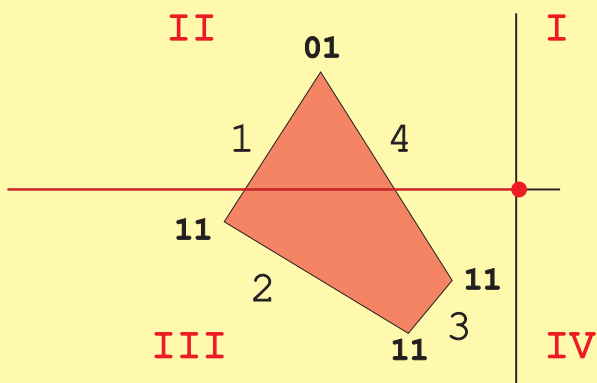
XOR-Methode



Kante	A	XOR	B
1	1	0	1
2	1	0	0
3	1	0	0
4	1	0	1



Kante	A	XOR	B
1	1	1	1
2	1	0	1
3	1	0	0
4	1	0	1



Kante	A	XOR	B
1	1	0	1
2	1	0	0
3	1	0	0
4	1	0	1

Scan Line-Algorithmus

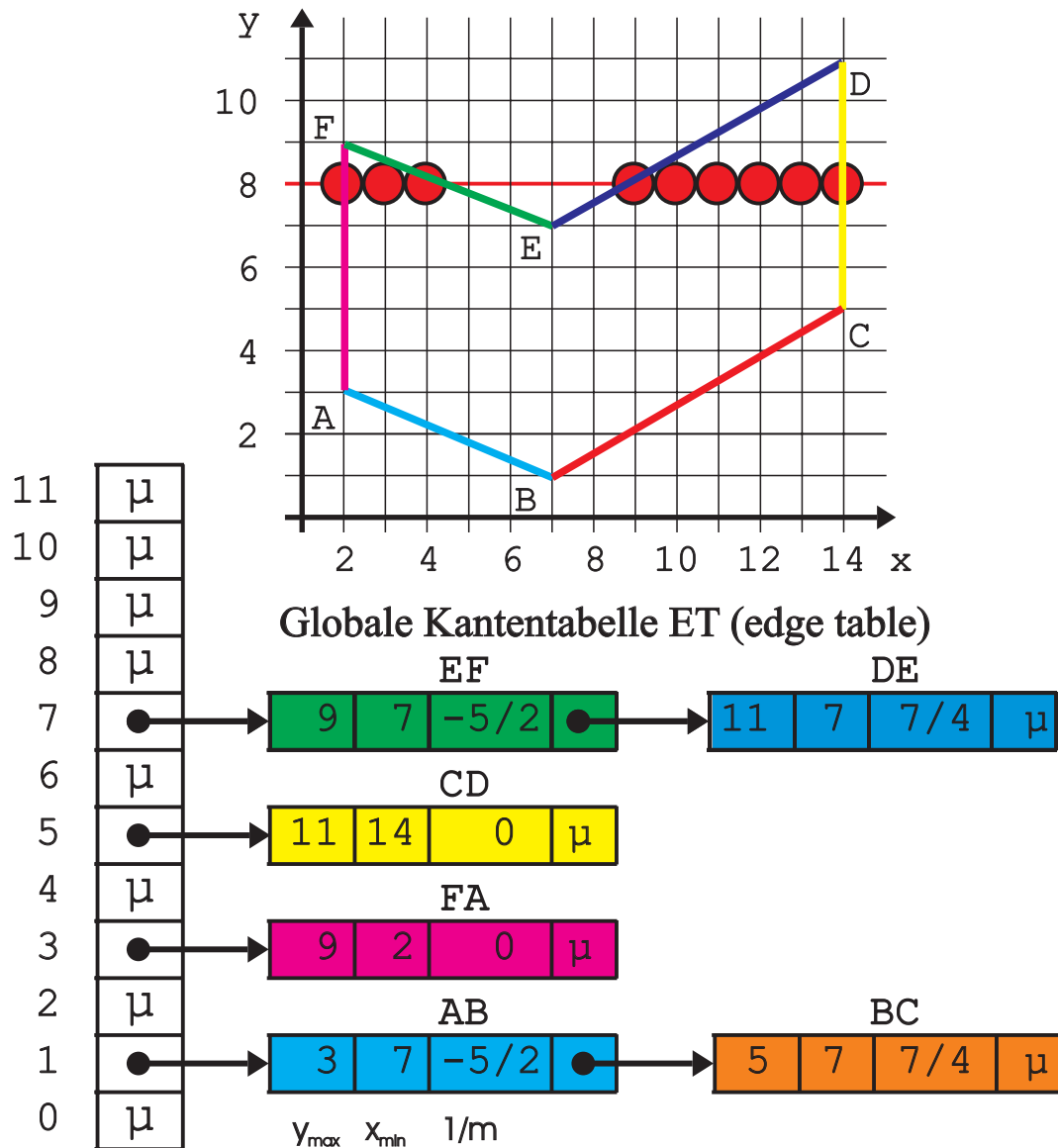
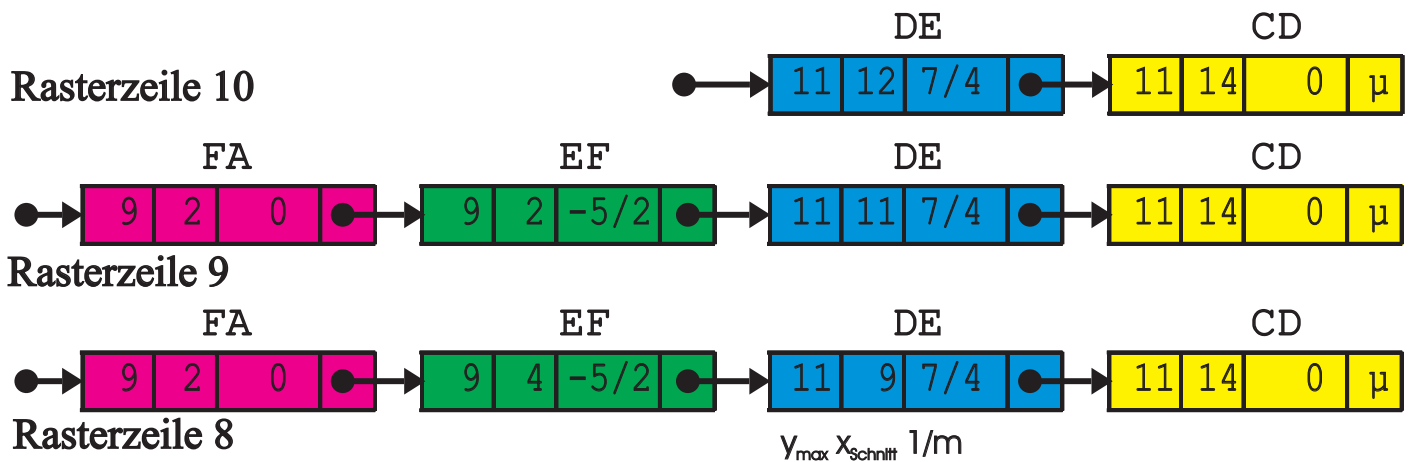
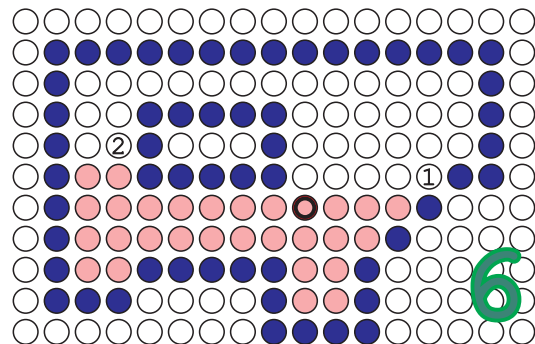
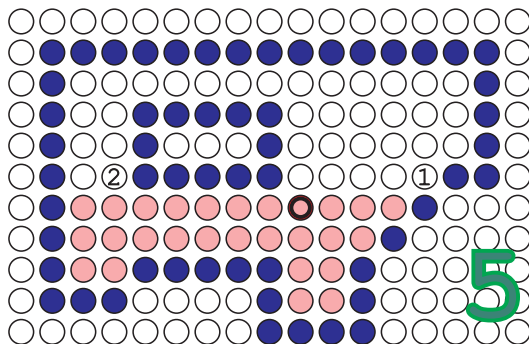
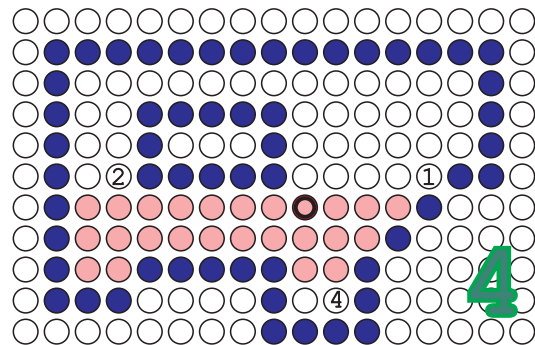
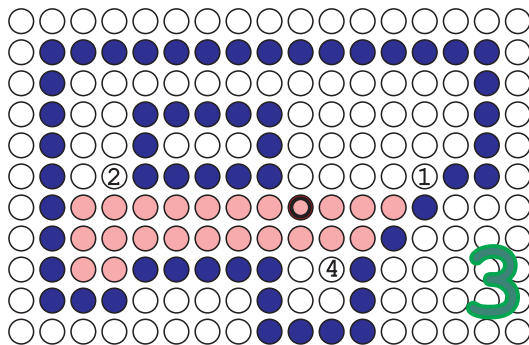
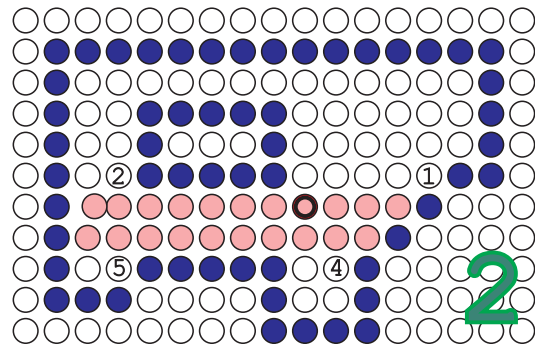
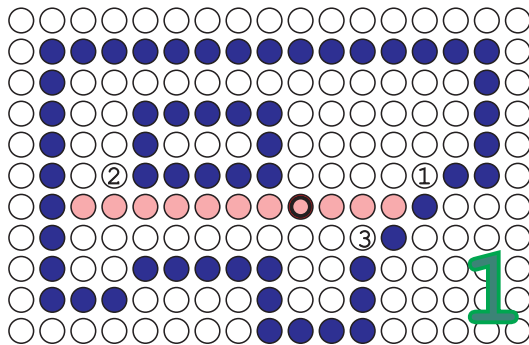


Tabelle der aktiven Kanten AET (active edge table)

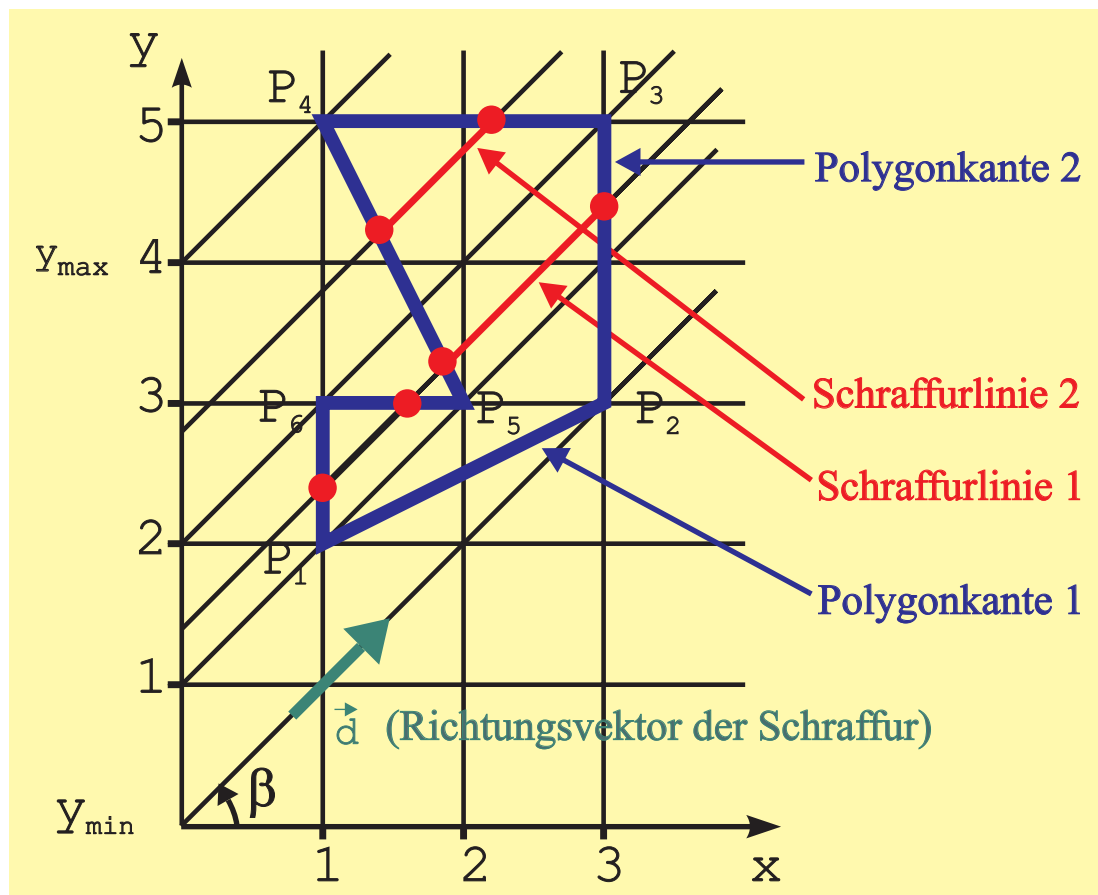


Flächenfüllen mit Pixelläufen

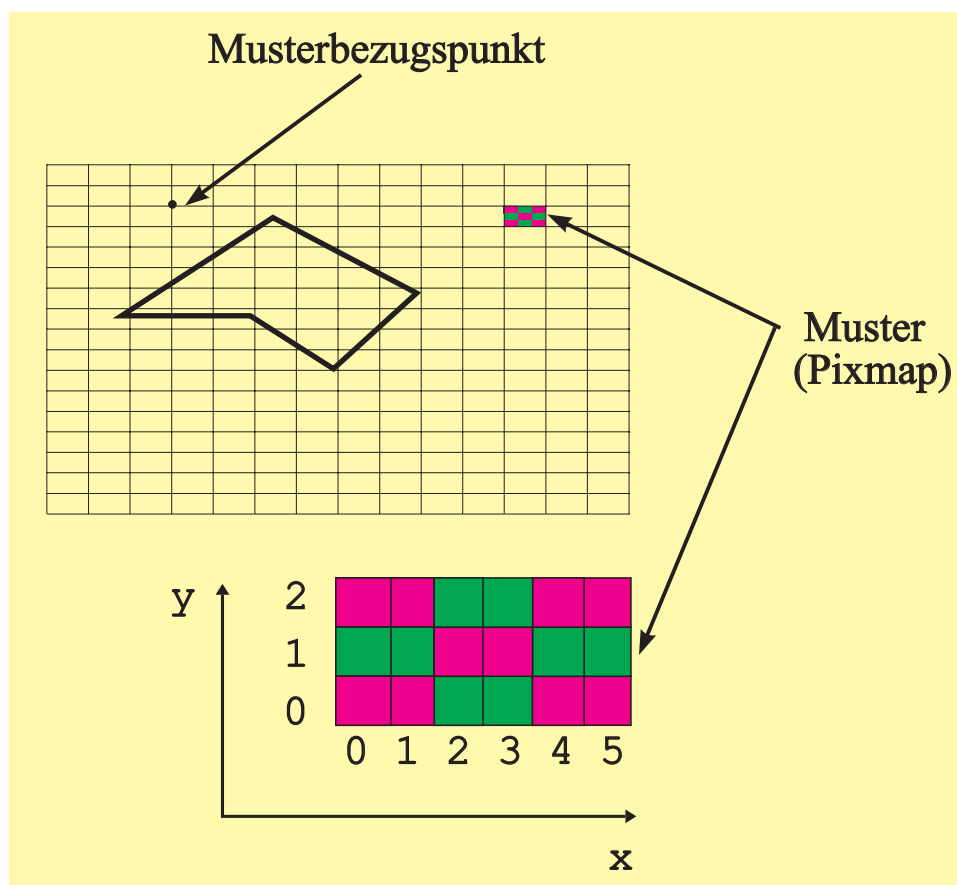


- Saatkorn (Startpixel für den ersten Pixellauf)
- Randpixel
- gefüllte Pixel

Polygon-Schraffur



Füllen mit Mustern



Füllen mit Mustern (Prinzip)

```
program Pattern;
:
const zeile =29;      spalte =19;
type zeilen = 0..zeile; spalten= 0..spalte;

var  PixMap: array [zeilen,spalten] of byte;
      x,y,i,j,driver,mode: integer;

procedure Muster(n: byte);
  var x,y: word;
begin
  case n of
    1: begin
        for x:=0 to zeile do
          for y:=0 to spalte do
            if odd(x div (y+1))
              then PixMap[x,y]:=yellow
              else PixMap[x,y]:=blue;
            end {1};
          2: begin .. end {2};
          :
        end {case}
      end {Muster};

begin
  :
  Muster(1);
  for x:=10 to 300 do
    for y:=10 to 120 do
      PutPixel(x,y,PixMap[x mod zeile,y mod spalte]);
    readln;
    :
  end {Pattern}.
```


4. Farbmodelle, Farbtabellen, Halbtonverfahren

4.1 Vorbemerkungen

4.1.1 Grundlagen

4.1.2 Radio- und photometrische Größen

4.2 CIE-Standard

4.3 Farbmodelle

4.3.1 Historische Entwicklung und Klassifizierung

4.3.2 RGB-Modell

4.3.3 CMY-Modell

4.3.4 HSV-Modell

4.3.5 HLS-Modell

4.3.6 Weitere Farbmodelle (Auswahl)

4.4 Farbdarstellung, Farboperationen

4.4.1 Vorbemerkungen

4.4.2 Farbdarstellung

4.4.3 Farboperationen

4.5 Halbtonverfahren

4.5.1 Vorbemerkungen

4.5.2 Halbtonsimulation

4.5.3 Ditherverfahren

4.5.4 Fehlerverteilungsverfahren

4.5.5 Fehlerdiffusionsverfahren

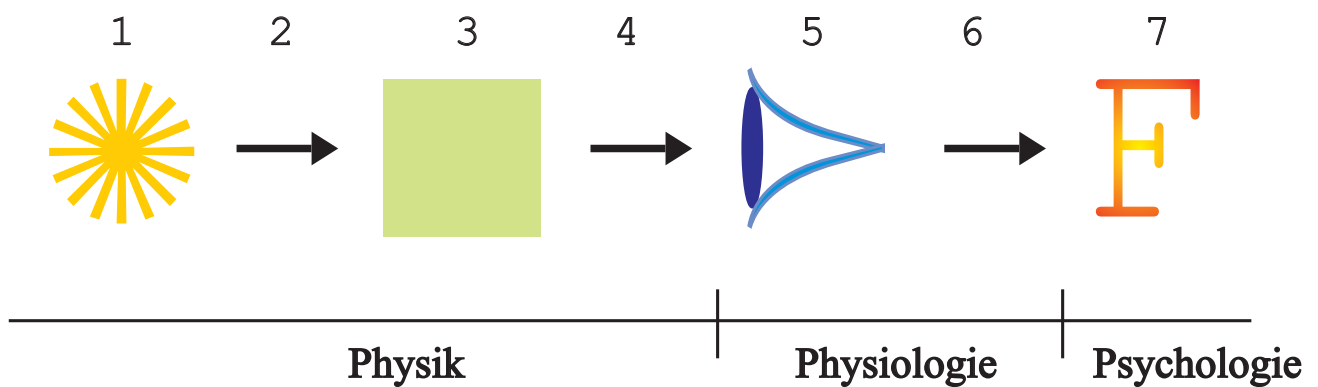
A new Theory about Light and Colours

“Im Jahre 1666 versah ich mich mit einem dreikantigen Glasprisma, um damit das berühmte Farbphänomen hervorzurufen. Zu diesem Zweck verdunkelte ich mein Zimmer und bohrte ein kleines Loch in die Jalousien, um eine hinreichende Menge Sonnenlicht hereinzulassen. Dann hielt ich mein Prisma in den hereinfallenden Lichtstrahl, so dass er gebrochen und an die gegenüberliegende Wand geworfen wurde. Ich fand es überaus ergötzlich, die dabei entstehenden lebhaften und kräftigen Farben eine Weile zu beobachten.” (Isaac Newton, 1672)

Spektralfarben

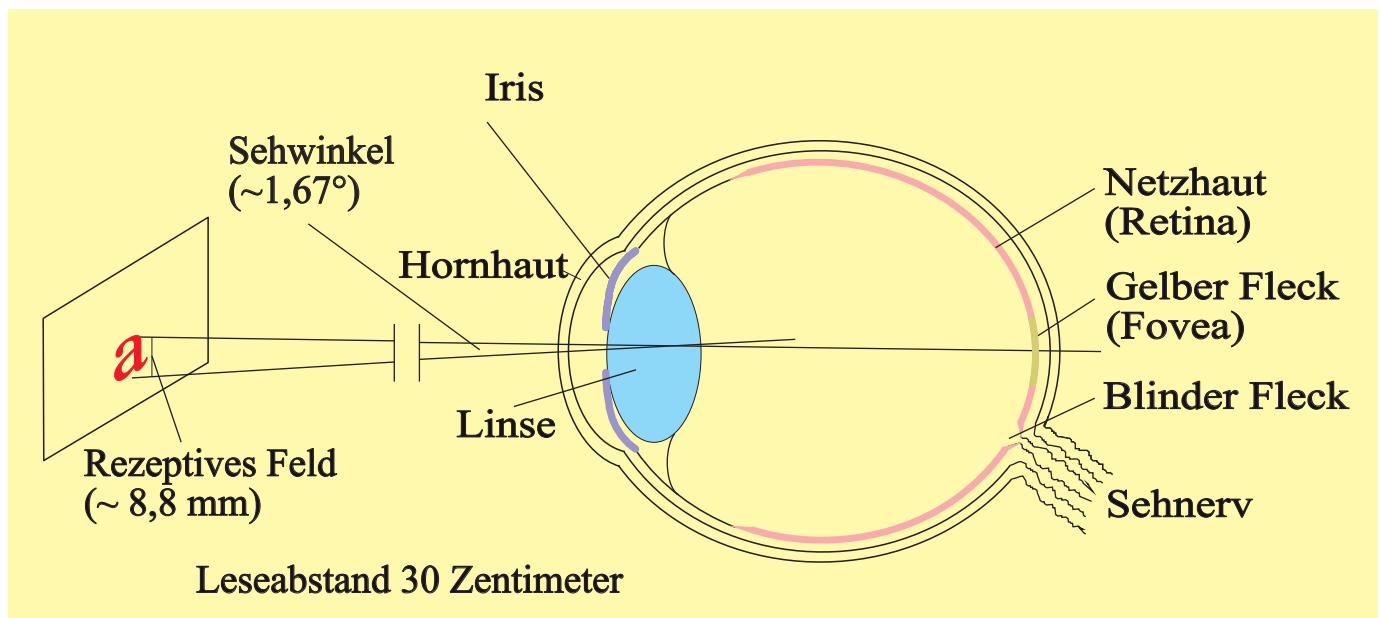


Wirkungskette zwischen Licht und Farbempfindung

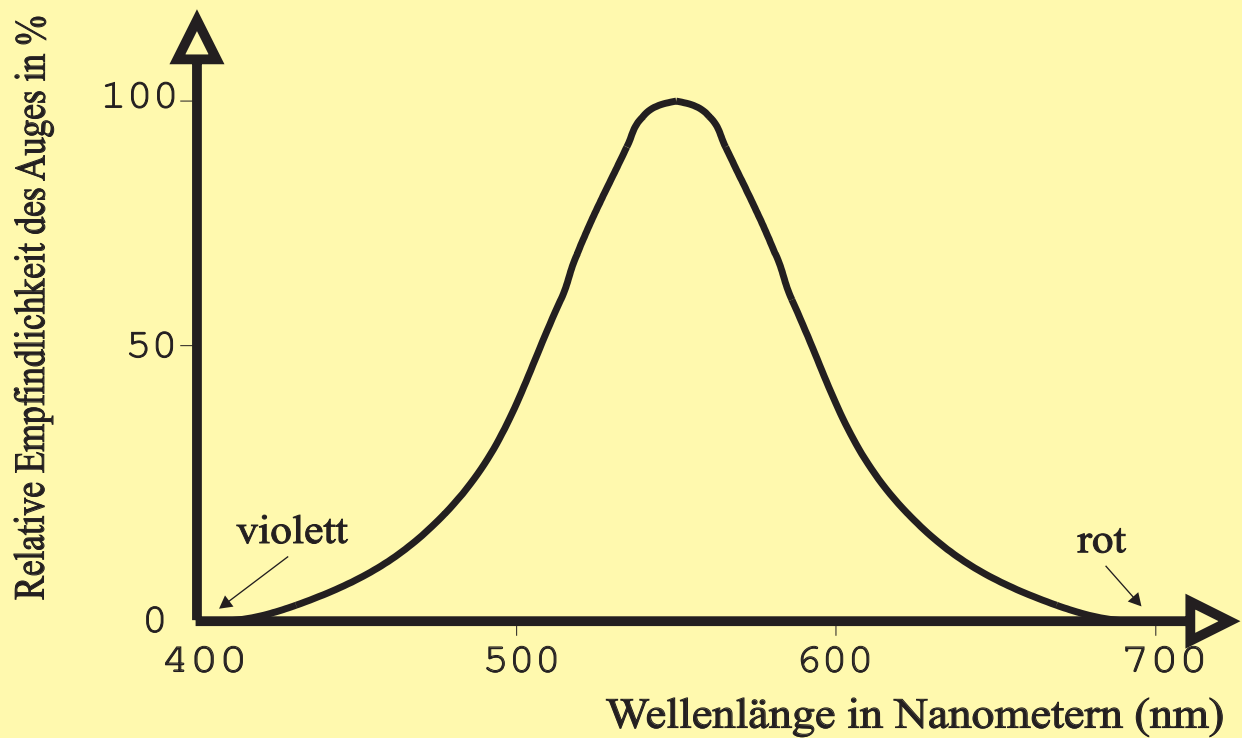
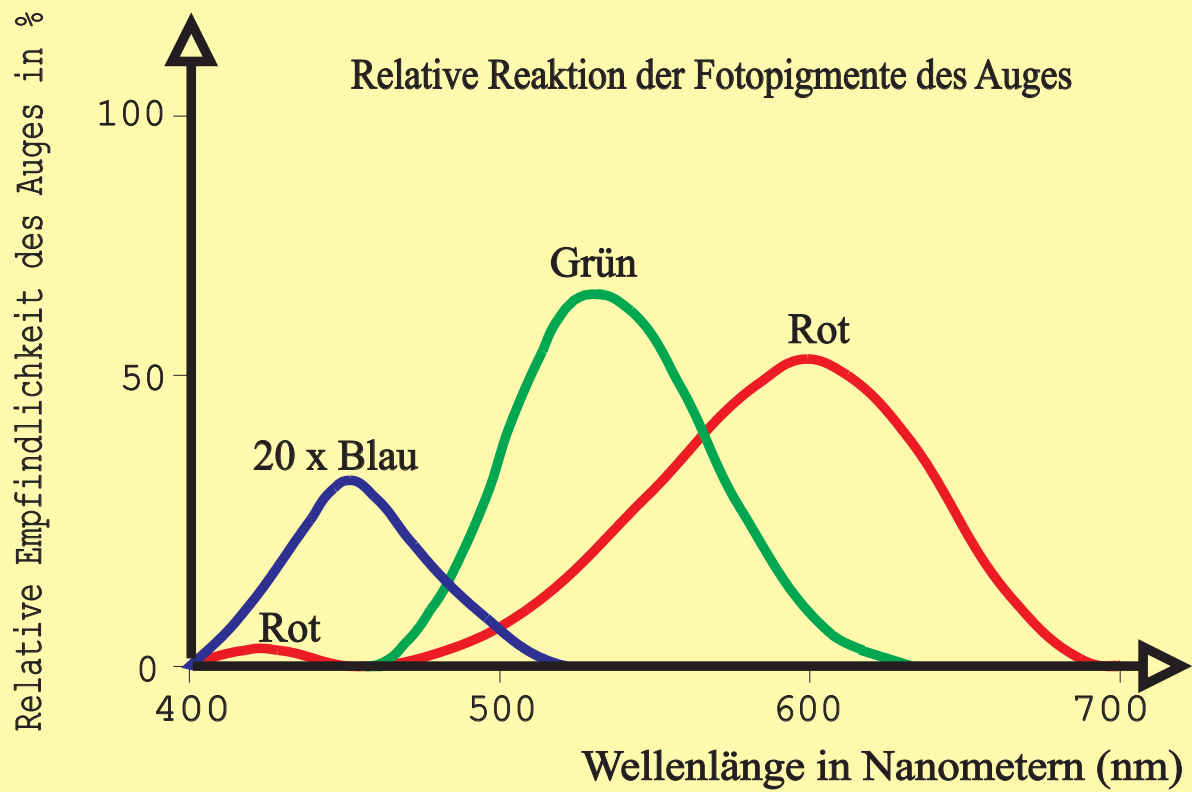


- 1 Lichtquelle
- 2 Lichtstrahlen
- 3 opakes oder transparentes Material
- 4 "Restlicht" (Farbreiz)
- 5 Auge des Betrachters
- 6 "Code" für das Gehirn
- 7 Farbempfindung des Betrachters

Aufbau des menschlichen Auges

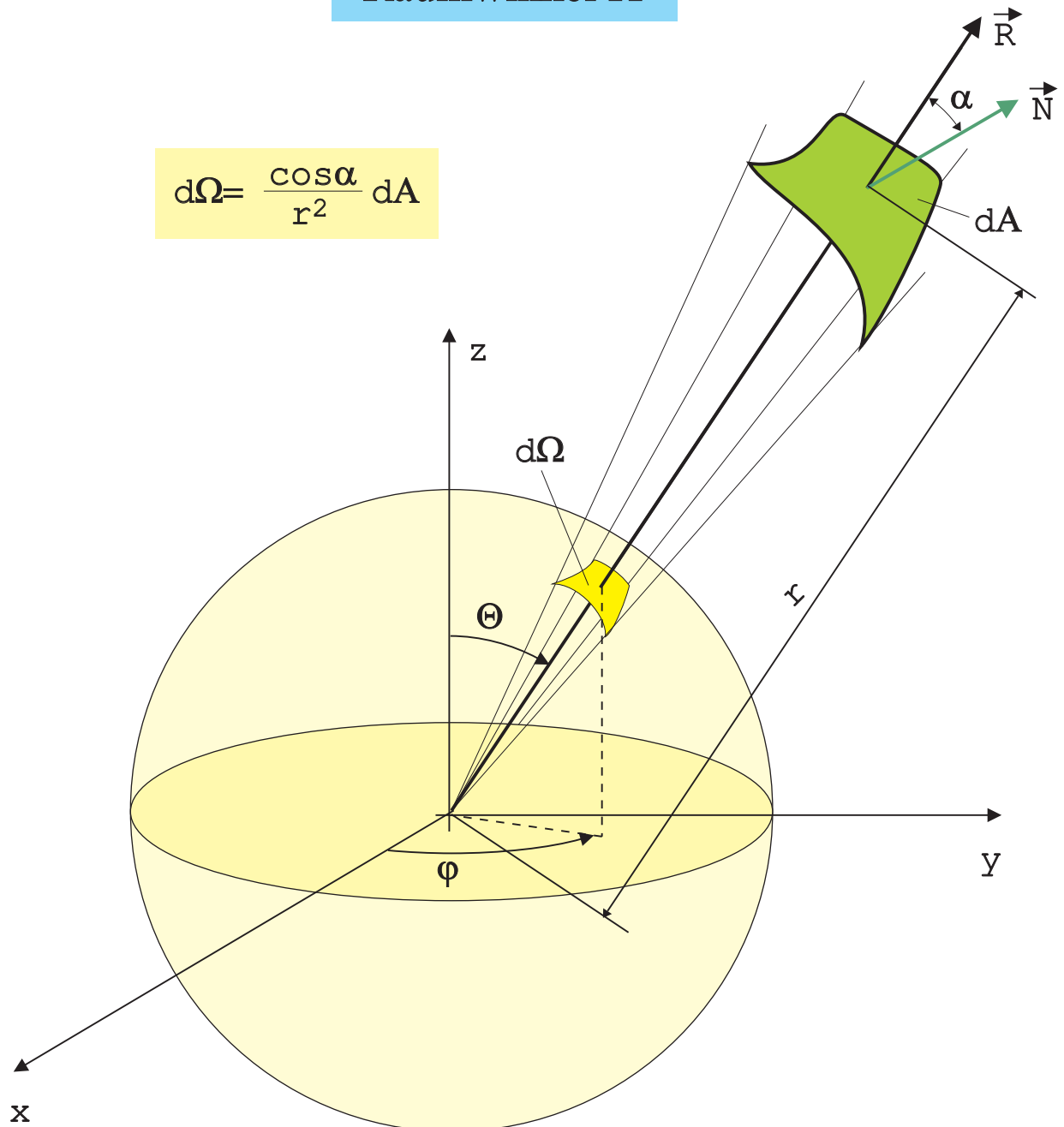


Lichtstärkenreaktion des Auges



Raumwinkel Ω

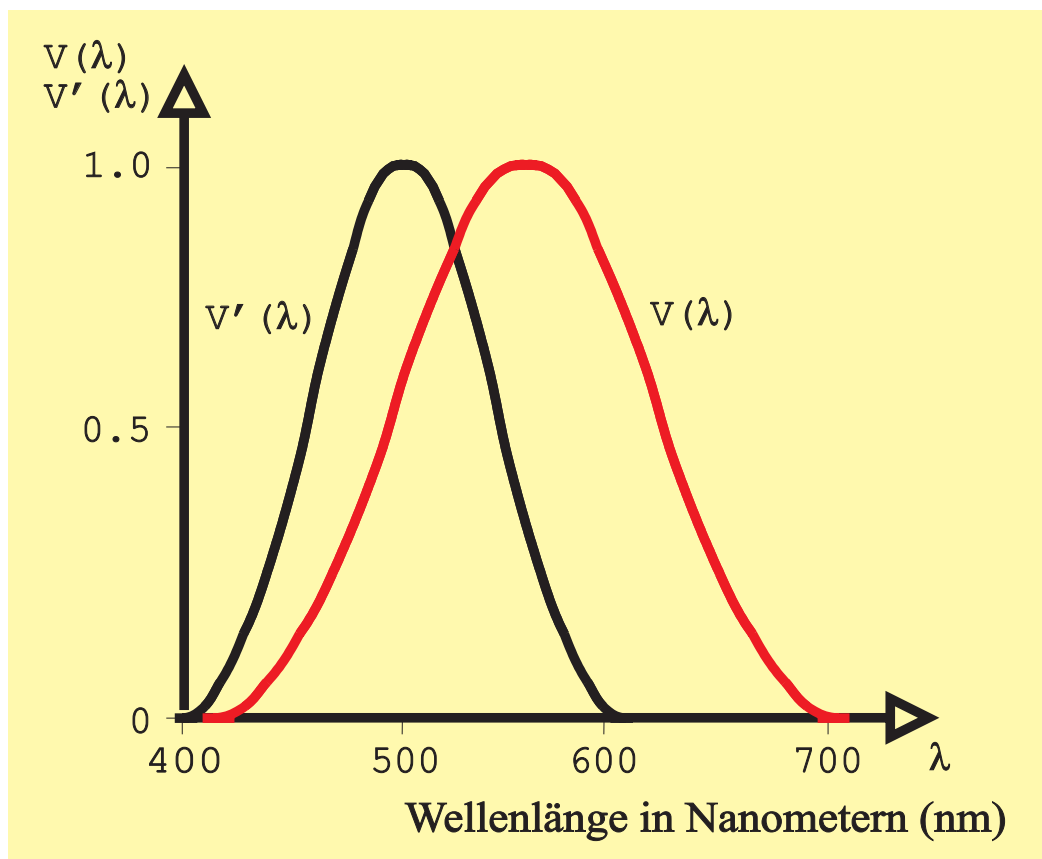
$$d\Omega = \frac{\cos \alpha}{r^2} dA$$



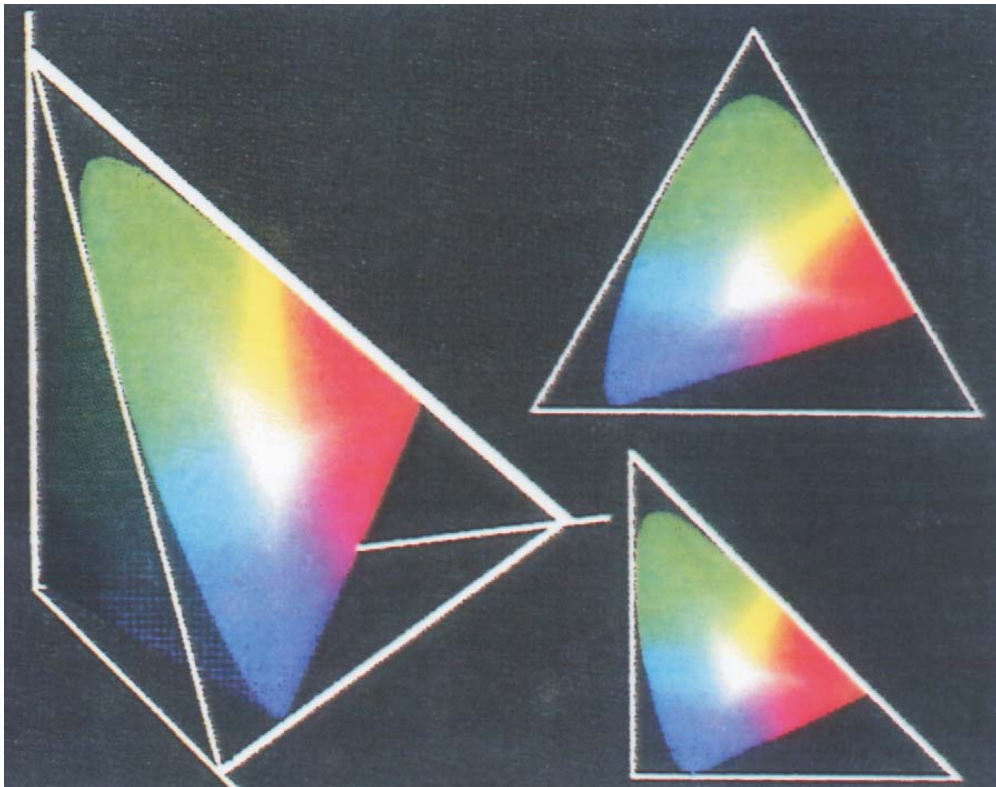
Radio- und photometrische Größen

Definition	Radiometrie	Photometrie
Q	Strahlungsenergie [J],[W*s]	Lichtmenge [lm*s]
$F=dQ/dt$	Strahlungsleistung [W]	Lichtstrom [lm]
$I=dF/d\Omega$	Strahlungsstärke [W/sr]	Lichtstärke [cd]
$M=dF/dA$	spezifische Ausstrahlung [W/m ²]	spezifische Lichtausstrahlung [lm/m ²]
$E=\cos\theta \cdot I/r^2$	Bestrahlungsstärke [W/(sr*m ²)]	Beleuchtungsstärke [lm/m ²],[lx]
$L=(dI/dA)/\cos\theta$	Strahldichte [W/(sr*m ²)]	Leuchtdichte [cd/m ²]

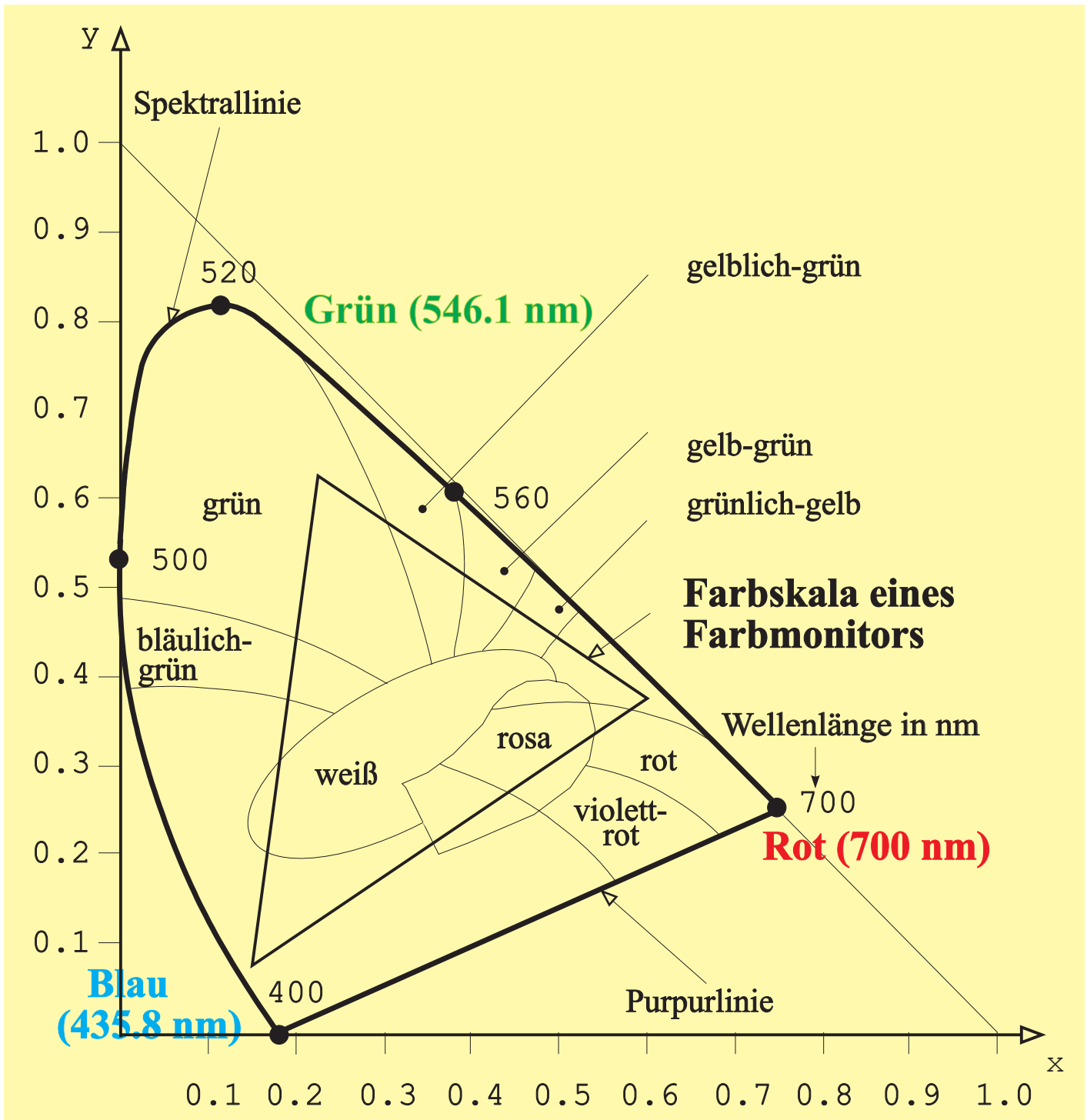
Hellempfindlichkeitskurven (V für das Tag- und V' für das Nachtsehen)



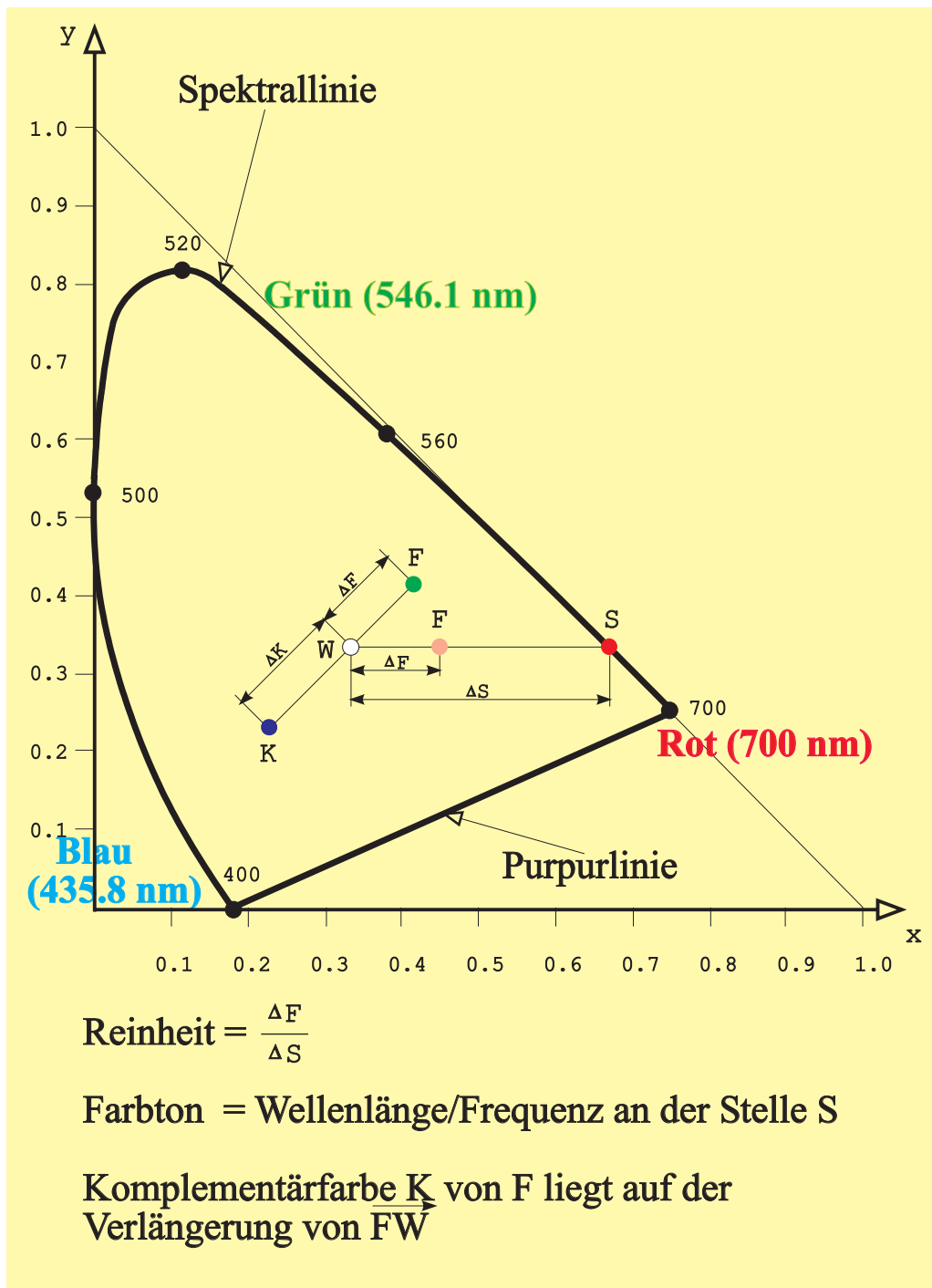
CIEXYZ-Diagramme



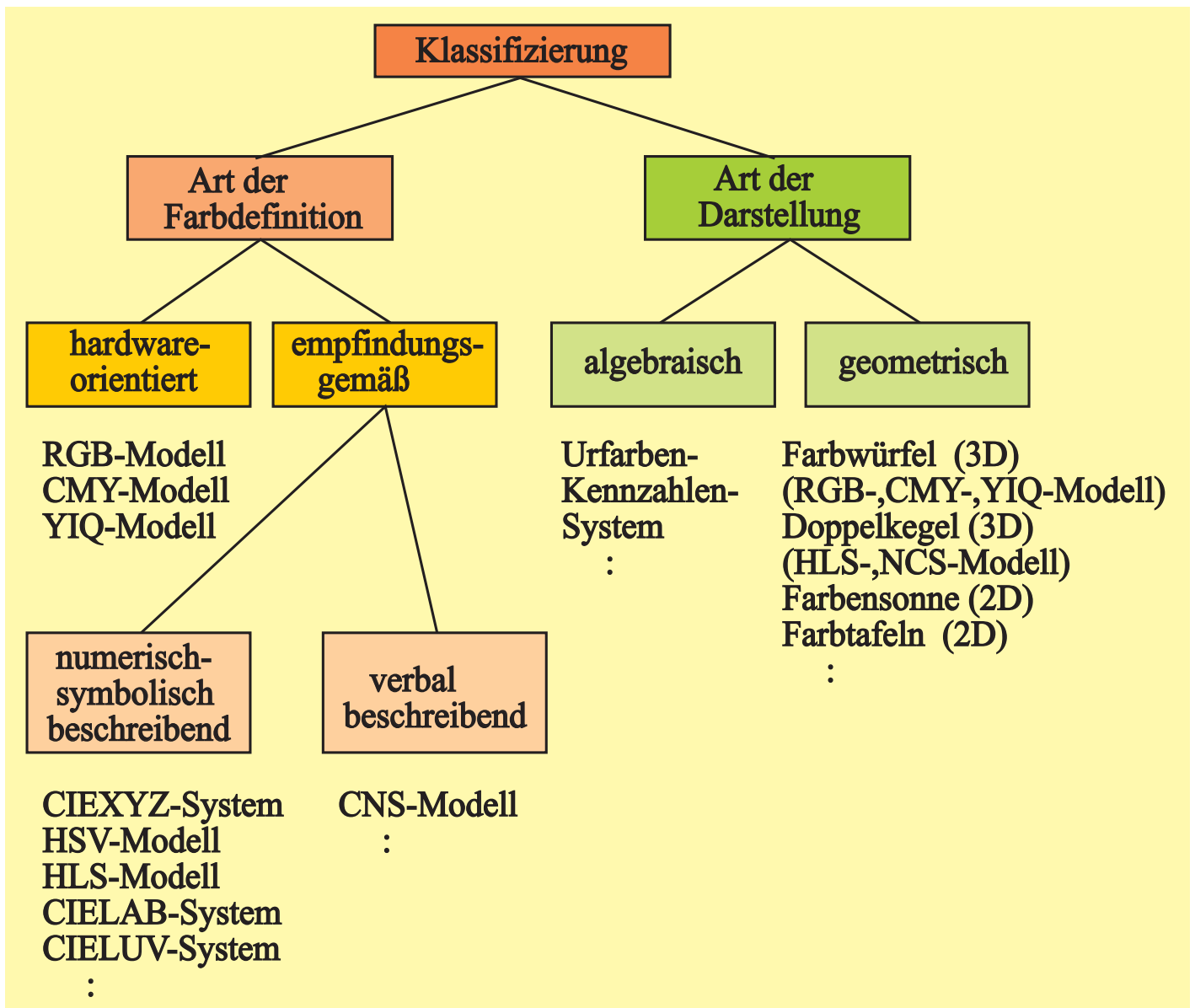
CIEXYZ-System (1931)



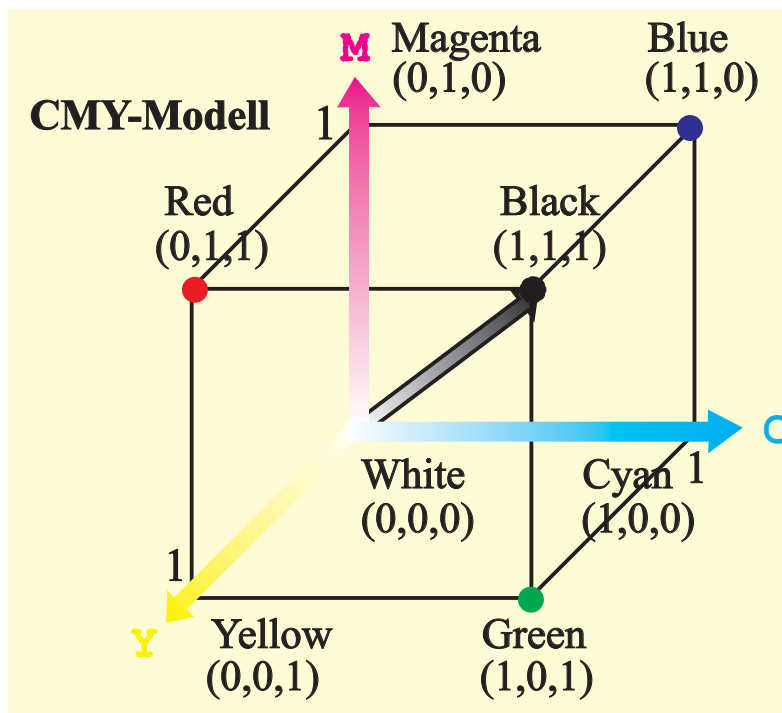
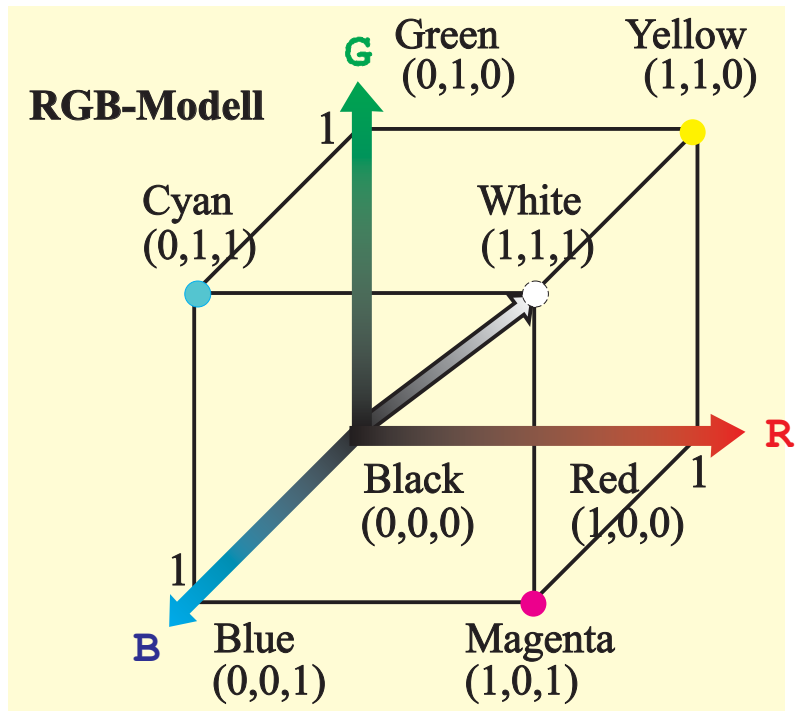
Reinheit, Farbton und Komplementärfarbe im CIE XYZ-System



Klassifizierung von Farbmodellen

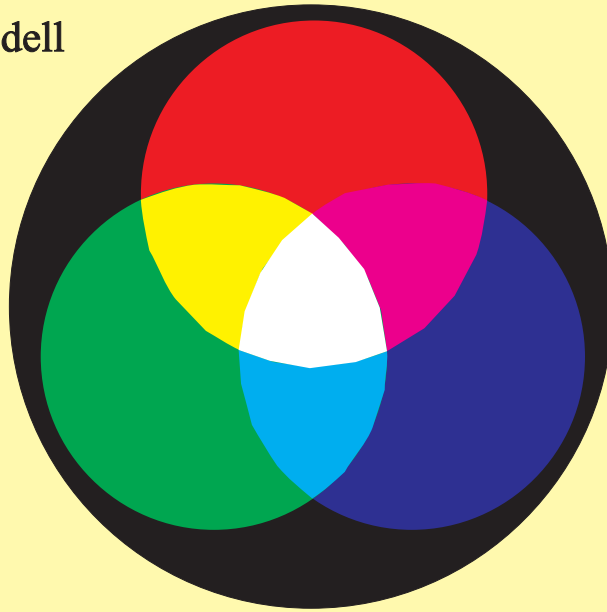


RGB- und CMY-Farbmodelle

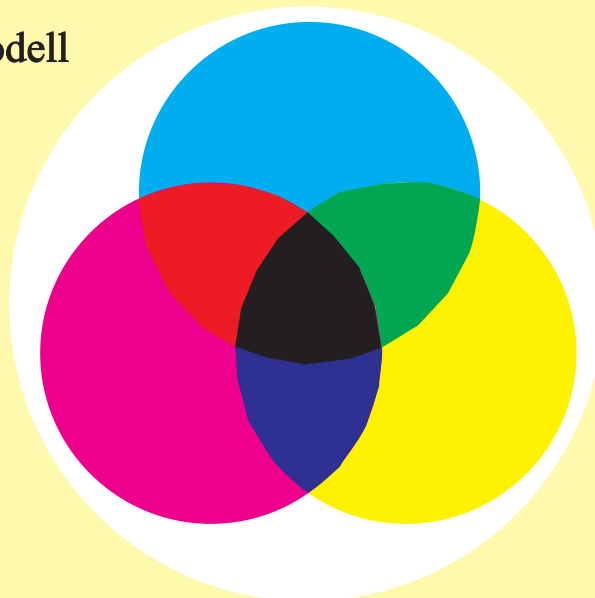


RGB- und CMY-Farbmodell

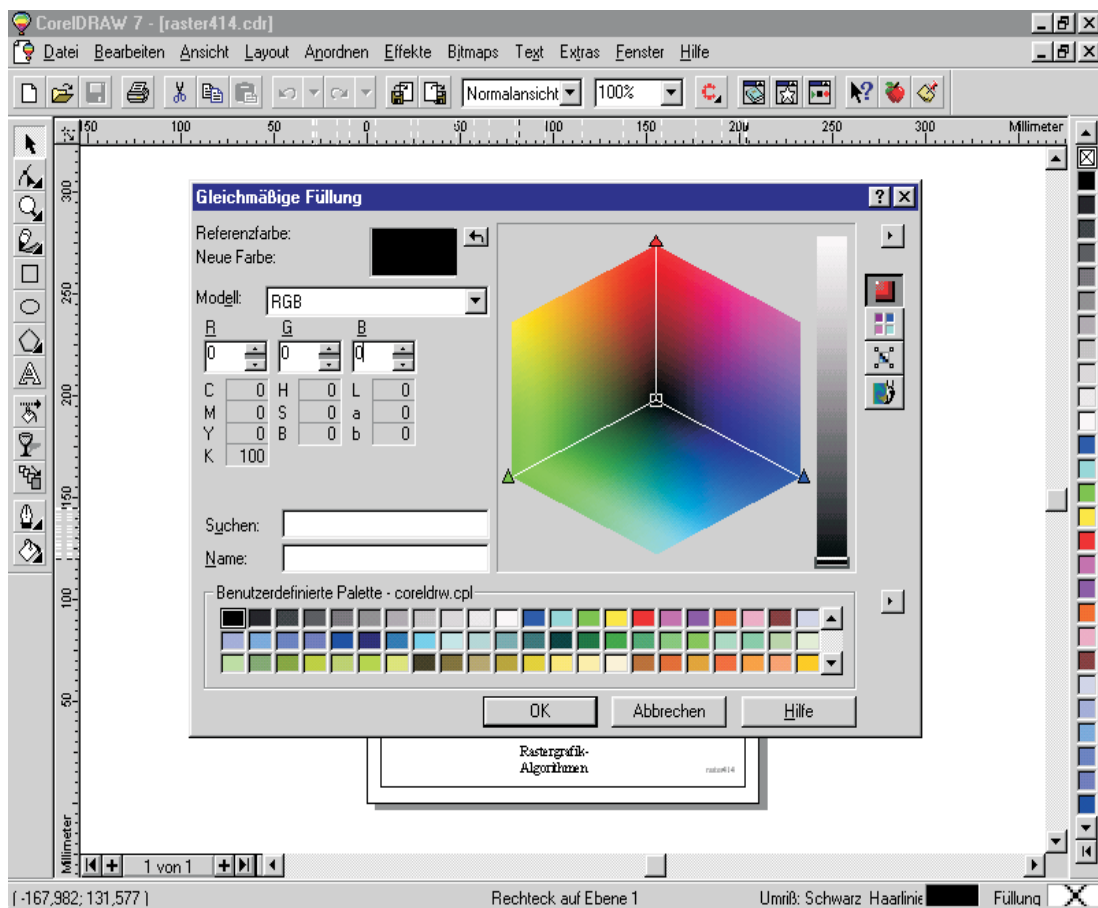
RGB-Modell



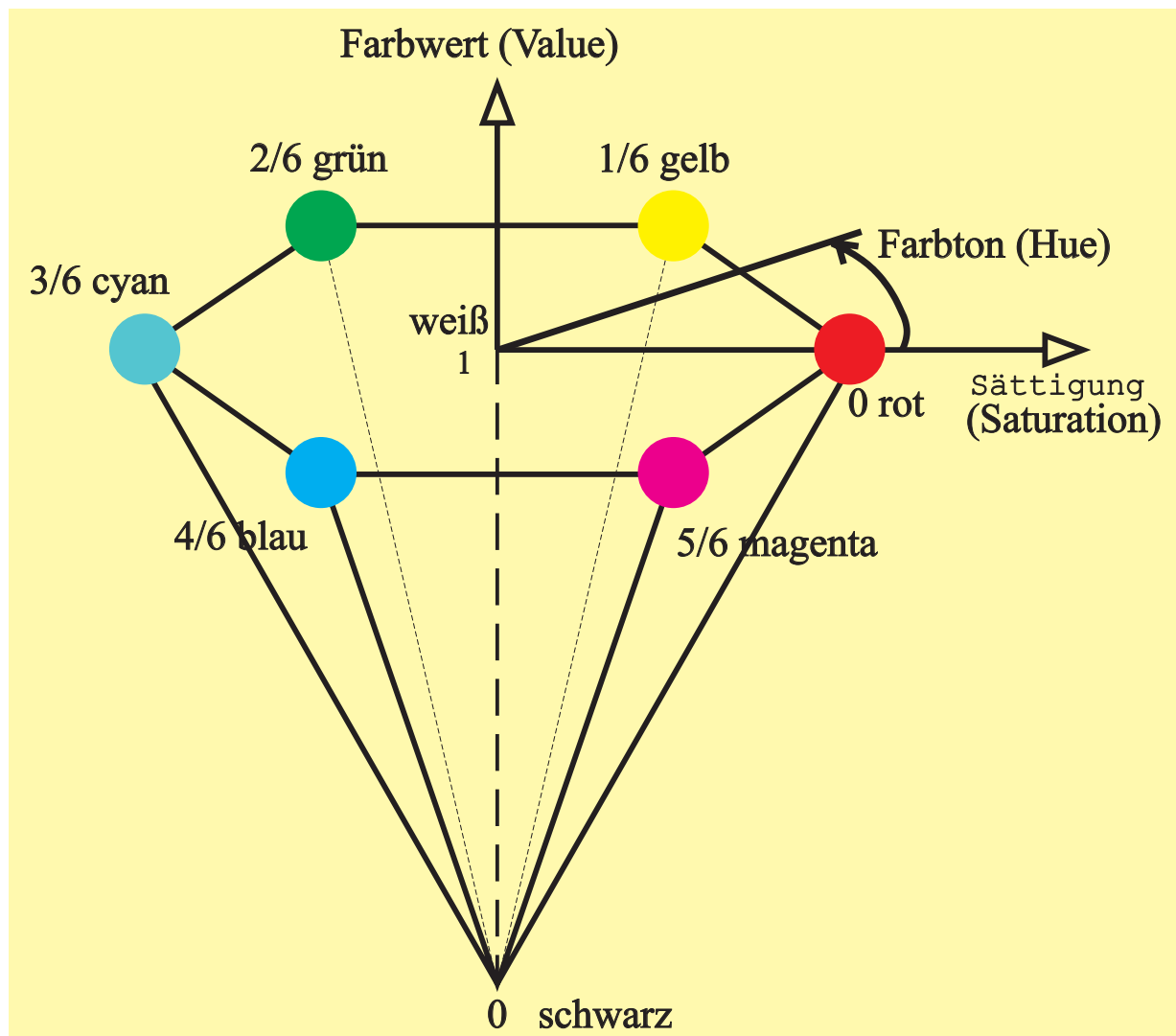
CMY-Modell



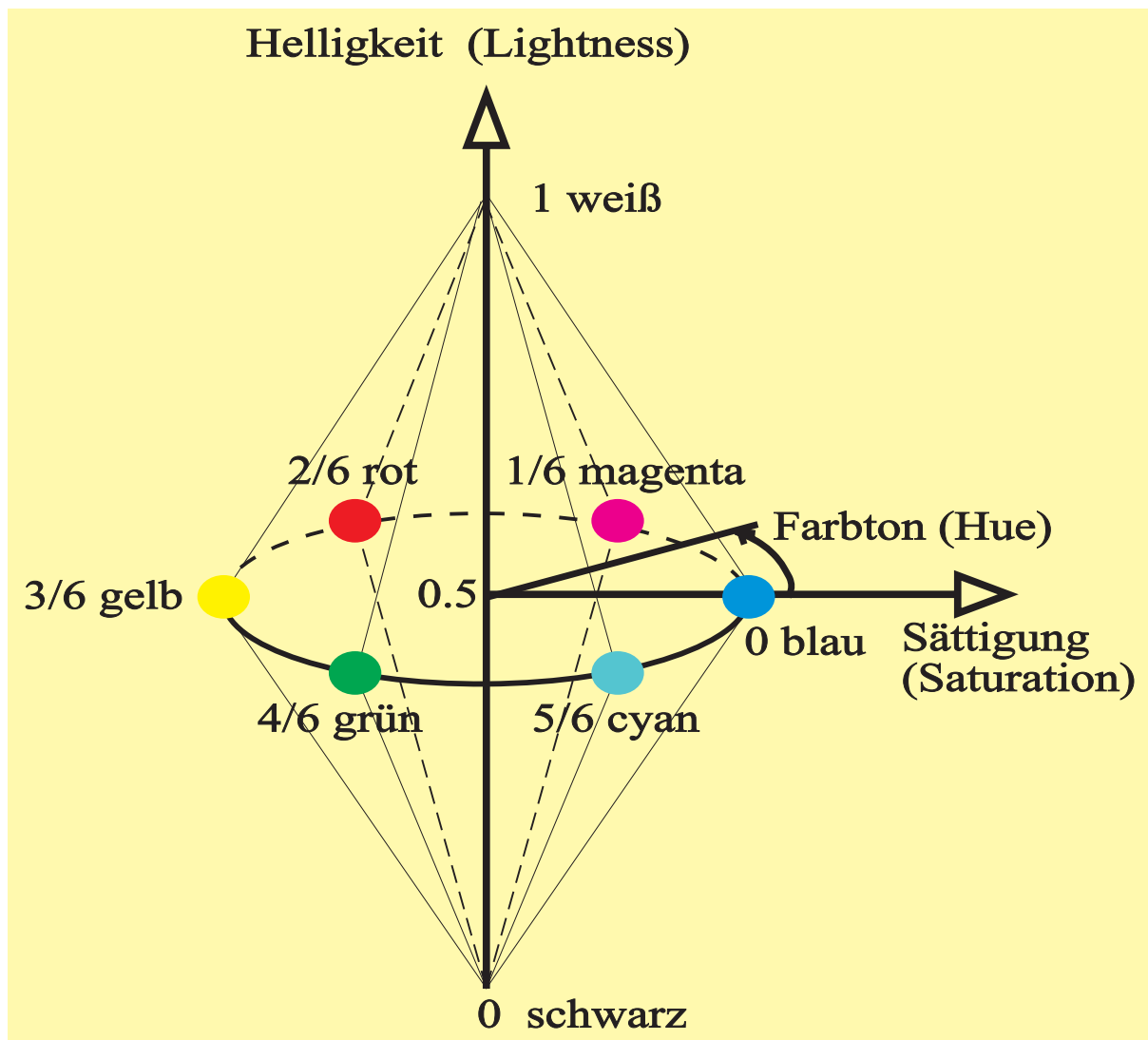
RGB-Modell (CorelDRAW)



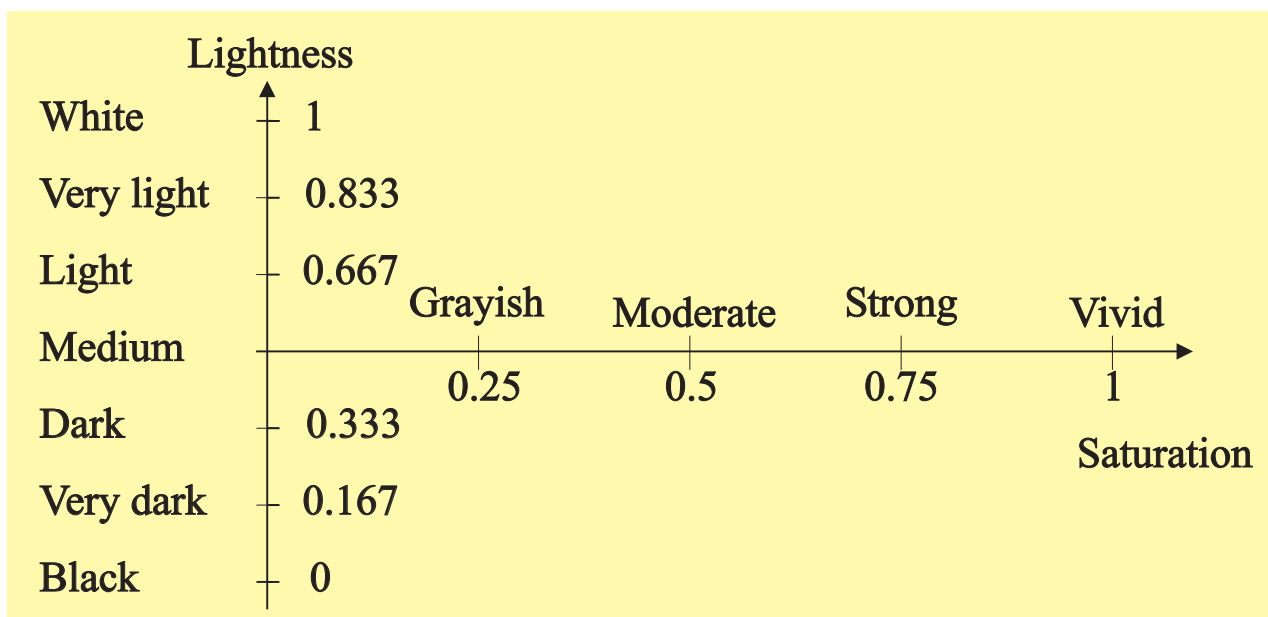
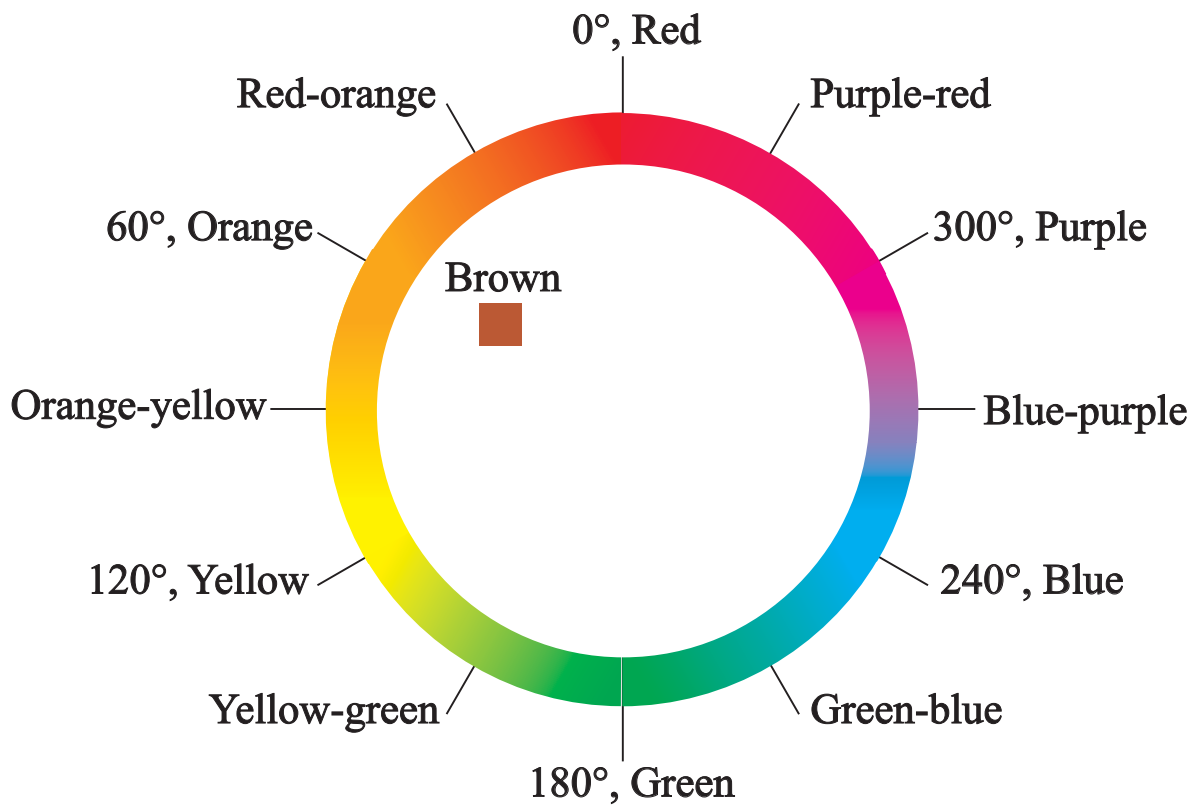
HSV-Farbmodell



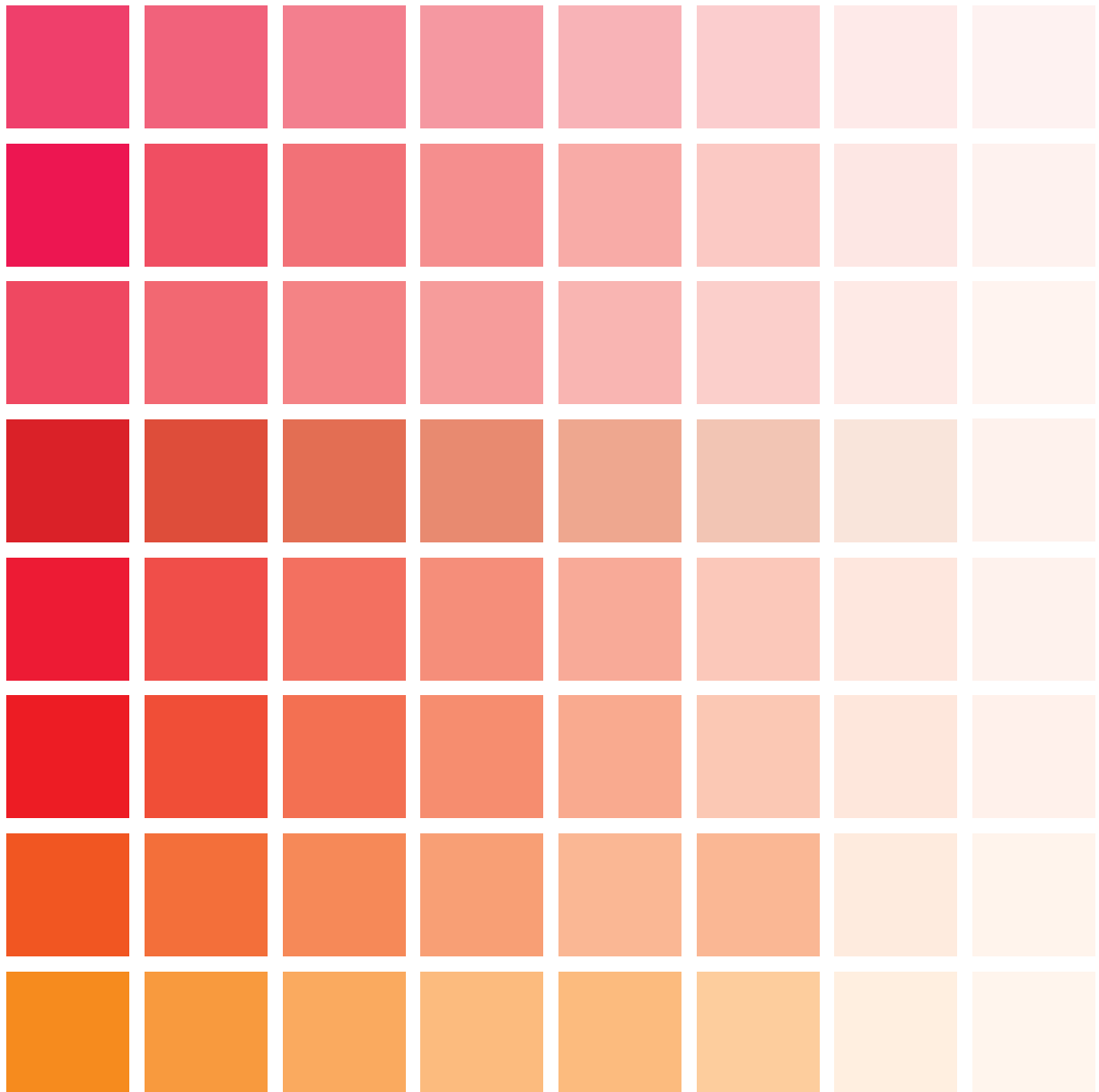
HLS-Farbmodell



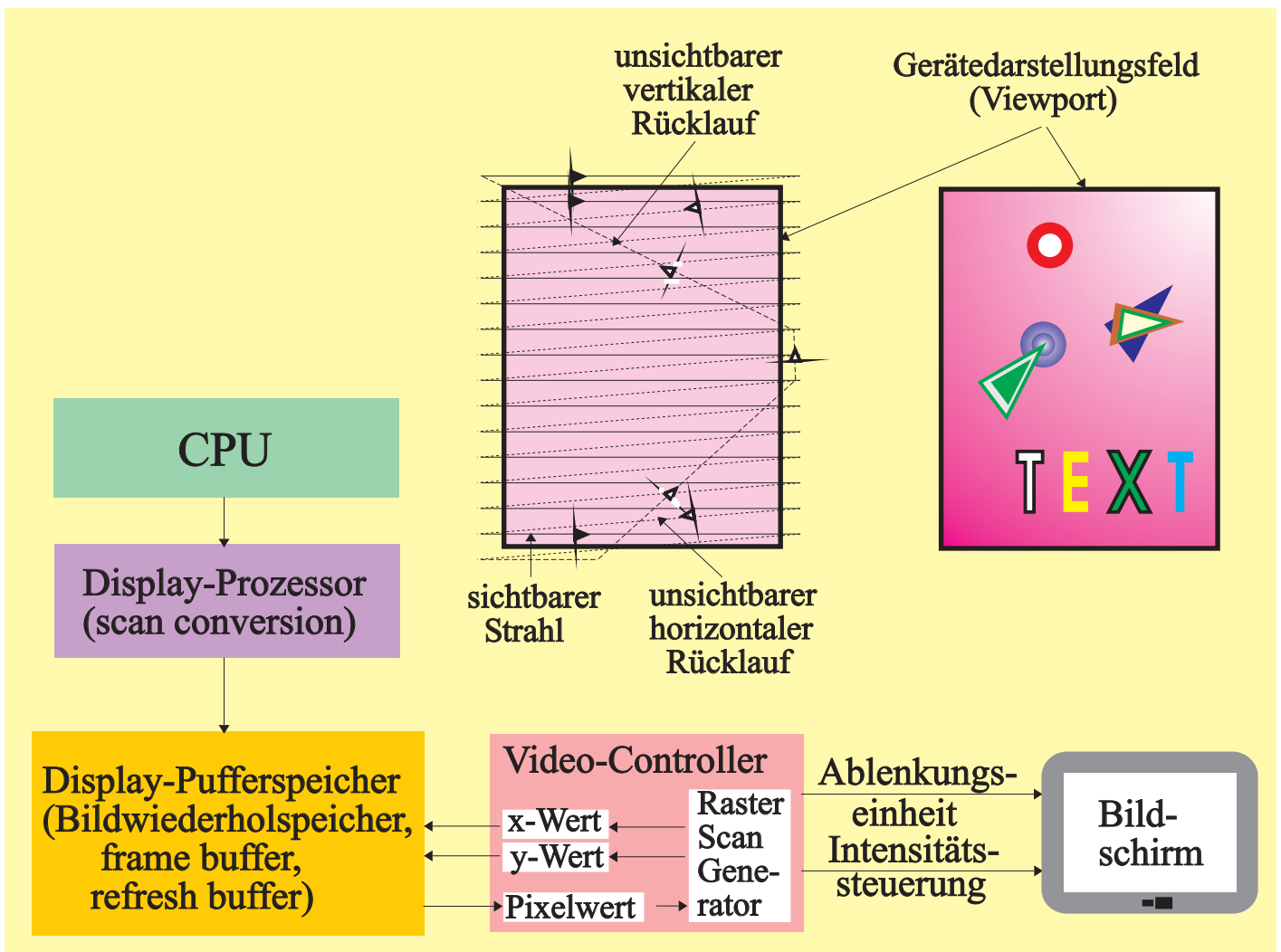
CNS-Farbmodell



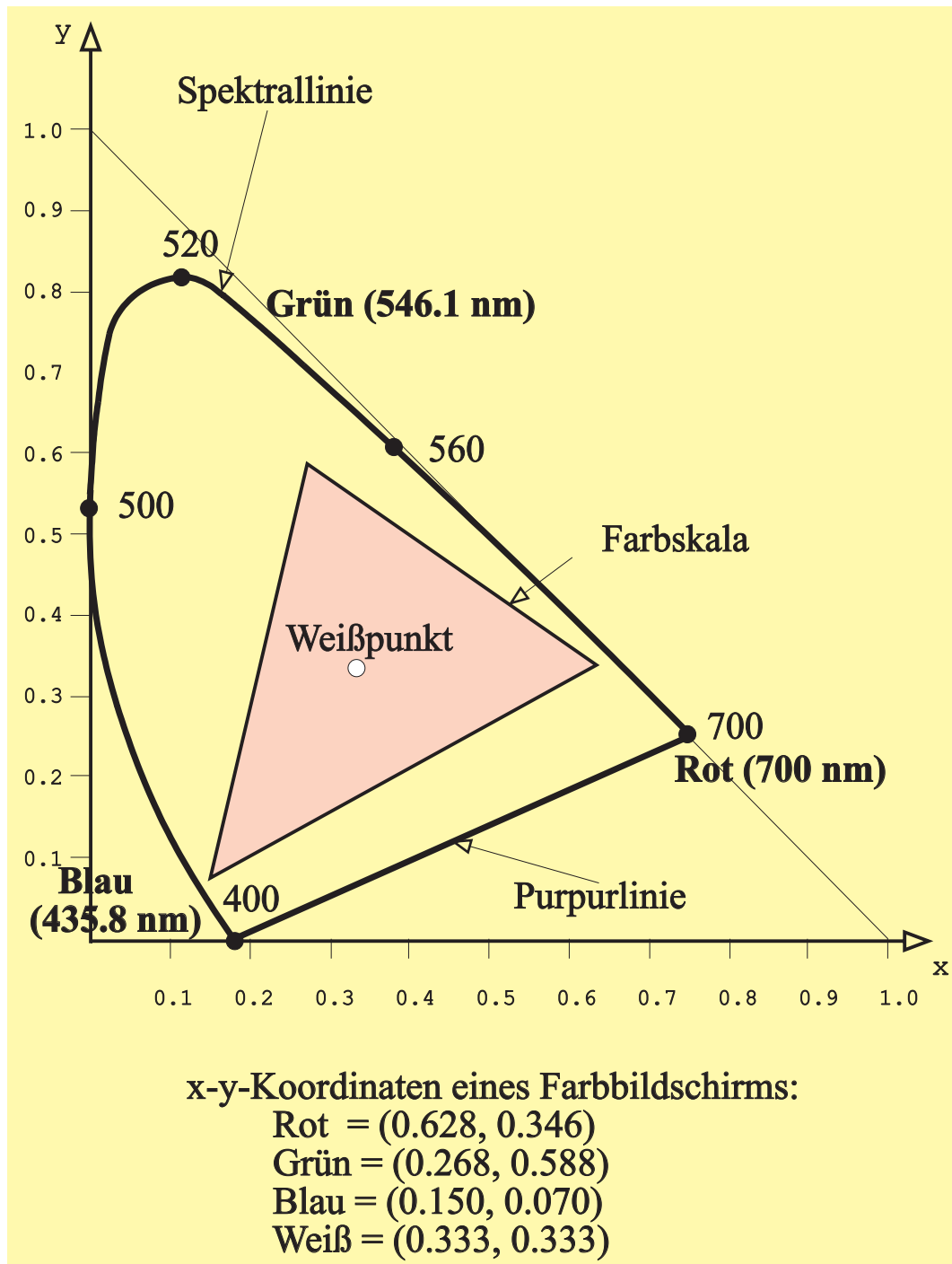
PANTONE Matching System



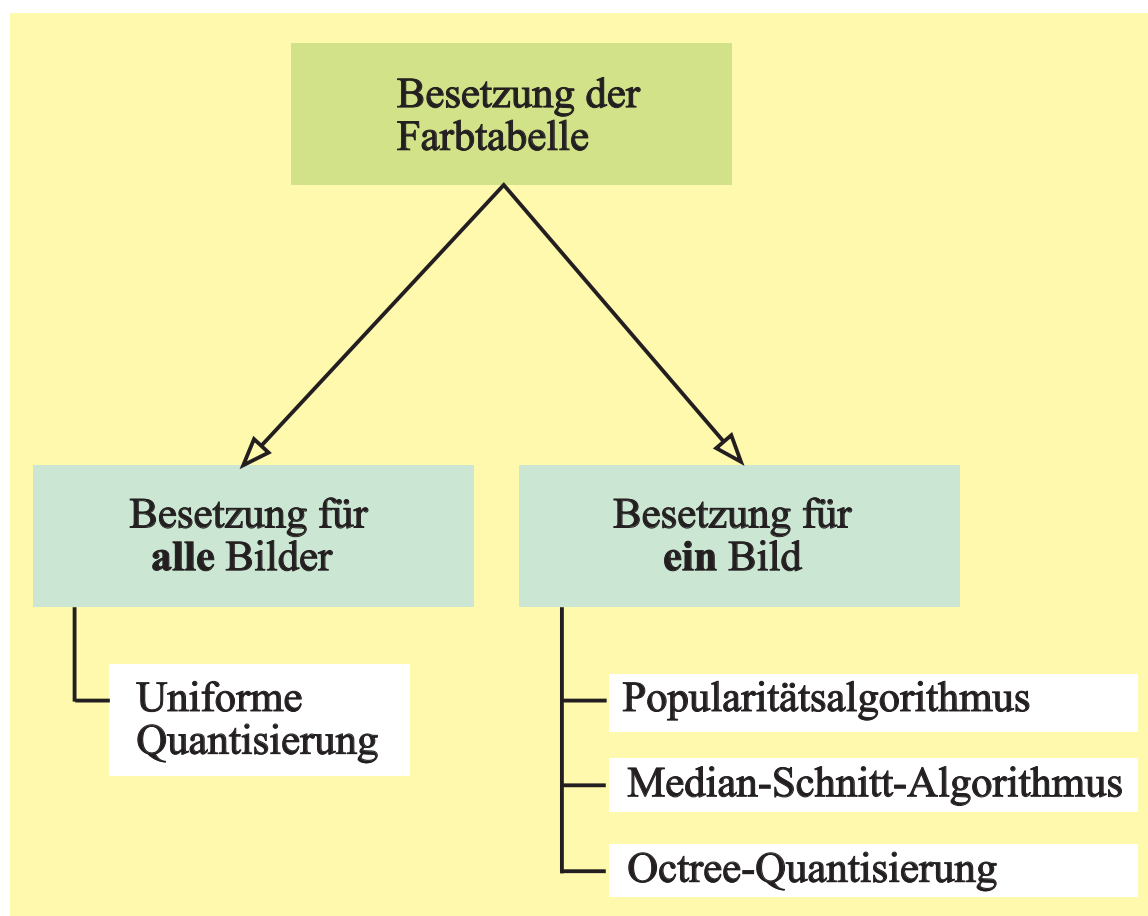
Rastergrafiksystem (Raster Scan System)



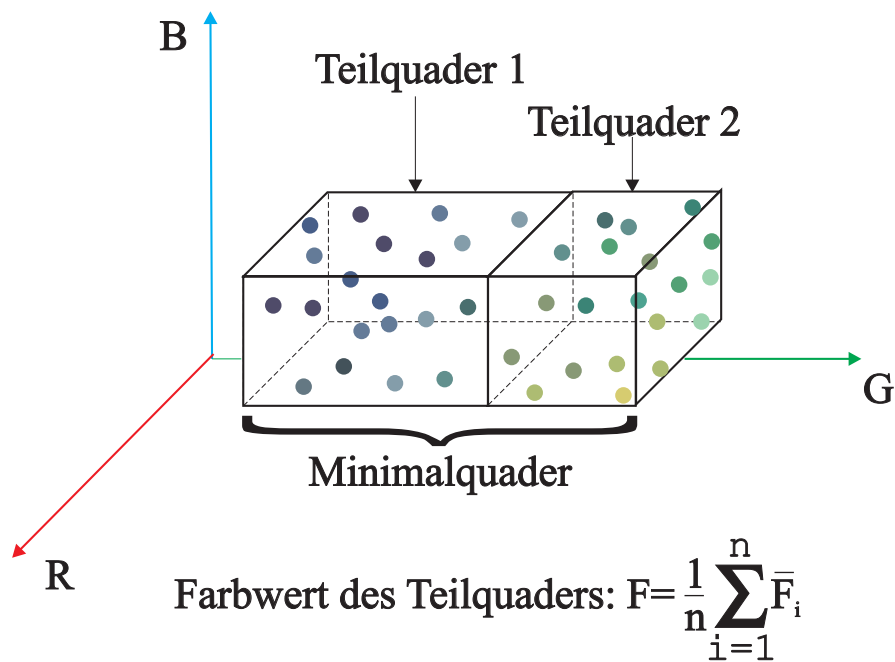
Farbskala eines Farbbildschirms



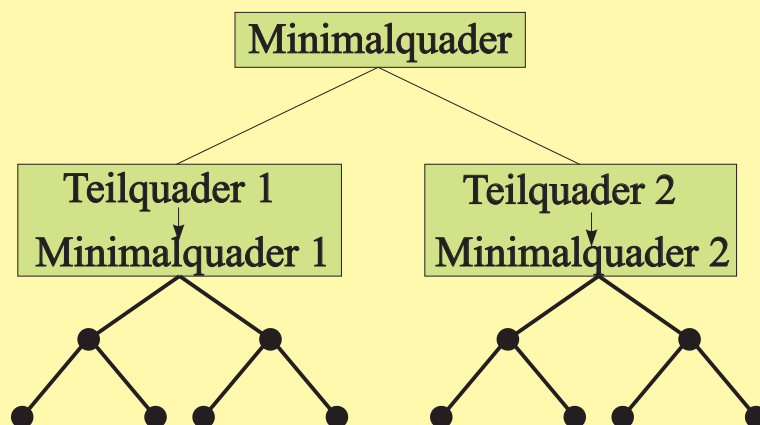
Besetzung der Farbtabelle



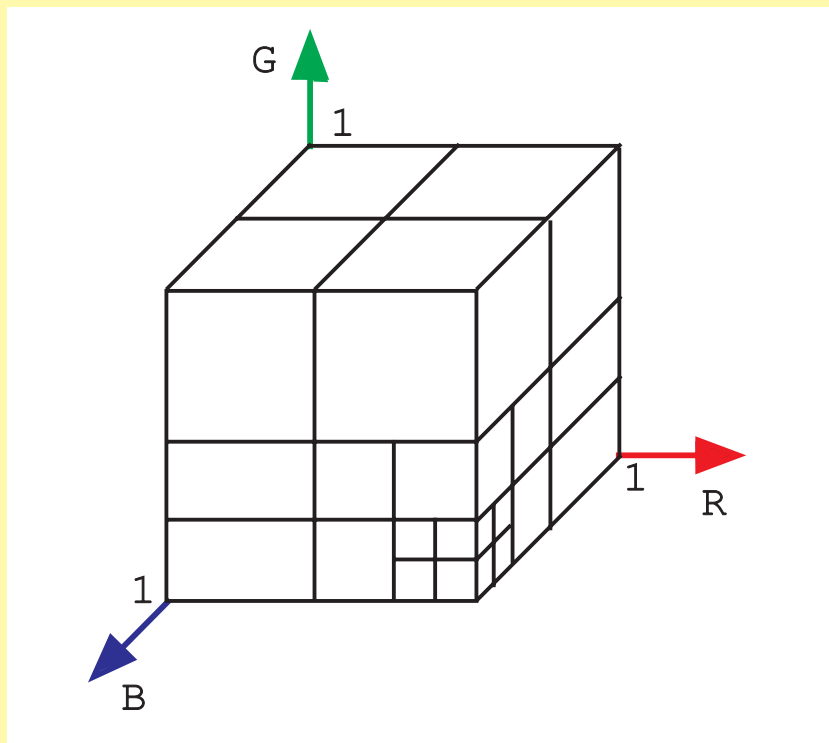
Median-Schnitt-Algorithmus



Rekursive Unterteilung mit dem binären Baum



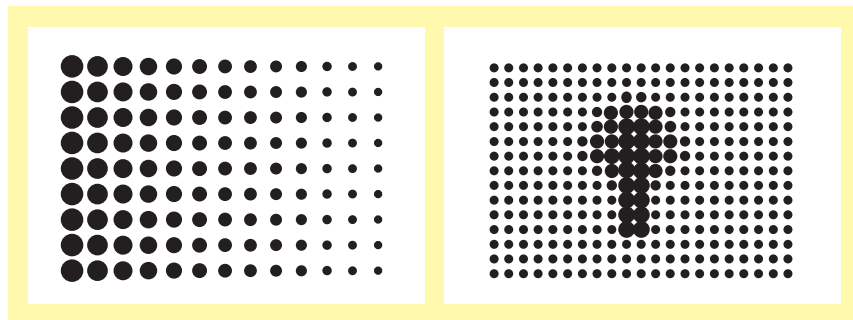
Octree-Quantisierung



Wiederholte Unterteilung der Farbwürfel in jeweils acht gleichgroße Teilwürfel bis jeder Teilwürfel nur noch **ein** Pixel enthält.

Parallel dazu Reduzierung auf die maximal mögliche Farbanzahl (z.B. 256) durch Mittelwertbildung der entfernten Farben (Blätter).

Halbton-Verfahren (Prinzip)



Halbtonverfahren in der Computergrafik

Halbton-Simulation

Dither-Verfahren

Fehlerverteilungs-Verfahren

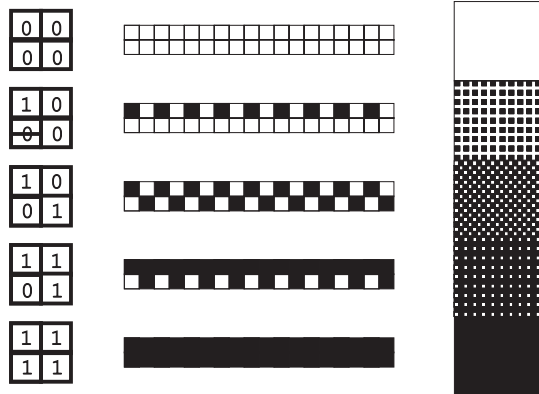
Fehlerdiffusions-Verfahren

Halbton-Simulation

Prinzip: Unterteilung des Bildschirms in (meist quadratische) Bereiche mit m Zeilen und n Spalten.
Damit optische (integrative) Wirkung durch Setzen von Pixeln in jedem Bereich erzielbar ($m \cdot n + 1$ Möglichkeiten).

Beispiel für $m = n = 2$:

Bildungsvorschrift: $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$



Dither-Matrizen

2nx2n-Dither-Matrix nach Bayer (1973)

$$D_{(2n, 2n)} = \begin{pmatrix} 4D_{(n, n)} & 4D_{(n, n)} + 2E_{(n, n)} \\ 4D_{(n, n)} + 3E_{(n, n)} & 4D_{(n, n)} + E_{(n, n)} \end{pmatrix}$$

$E_{(n, n)}$ ist eine quadratische n-reihige Matrix, deren Komponenten alle den Wert 1 besitzen.

2x2-Dither-Matrix

$$D_{(2, 2)} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4x4-Dither-Matrix

$$D_{(4, 4)} = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 2 & 10 \\ 12 & 4 & 14 & 6 \\ 3 & 11 & 1 & 9 \\ 15 & 7 & 13 & 5 \end{pmatrix}$$

8x8-Dither-Matrix

$$D_{(8, 8)} = \begin{pmatrix} 0 & 32 & 8 & 40 & 2 & 34 & 10 & 42 \\ 48 & 16 & 56 & 24 & 50 & 18 & 58 & 26 \\ 12 & 44 & 4 & 36 & 14 & 46 & 6 & 38 \\ 60 & 28 & 52 & 20 & 62 & 30 & 54 & 22 \\ 3 & 35 & 11 & 43 & 1 & 33 & 9 & 41 \\ 51 & 19 & 59 & 27 & 49 & 17 & 57 & 25 \\ 15 & 47 & 7 & 39 & 13 & 45 & 5 & 37 \\ 63 & 31 & 55 & 23 & 61 & 29 & 53 & 21 \end{pmatrix}$$

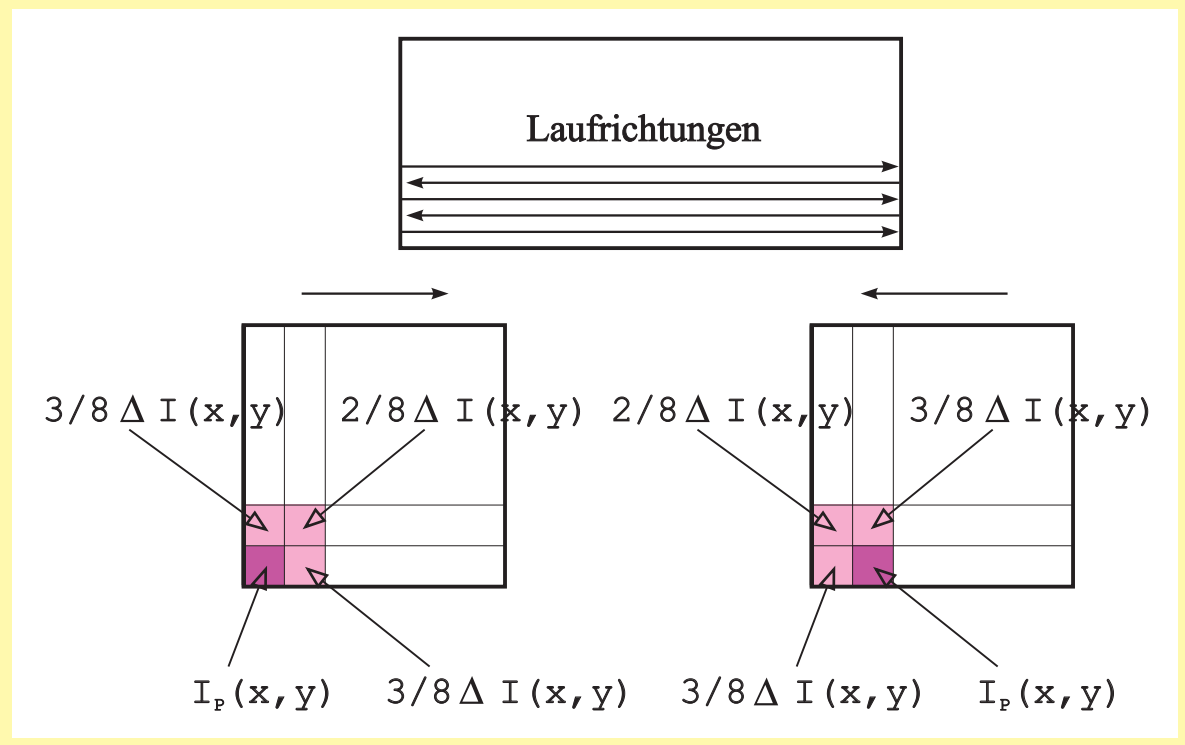
Fehlerverteilungsverfahren nach Floyd-Steinberg

Prinzip: Verteilung eines bei der Farbdarstellung gemachten Fehlers

$$\Delta I(x,y) = I_p(x,y) - I(x,y)$$

auf mehrere Pixel.

$I(x,y)$ ist der exakte, $I_p(x,y)$ der dargestellte Wert.



Fehlerdiffusions-Verfahren (Teil 1)

Jedes Pixel $P(x,y)$ gehört zu einer Klasse

$$m_{x \bmod n, y \bmod n}$$

Dabei sind $m_{i,j}$, $1 \leq i,j \leq n$, die Komponenten der Diffusionsmatrix $M_{(n,n)}$.

Diffusionsmatrix $\overline{M}_{(4,4)}$ (Beispiel)

15	10	7	5
13	12	2	9
6	4	14	8
1	0	3	11

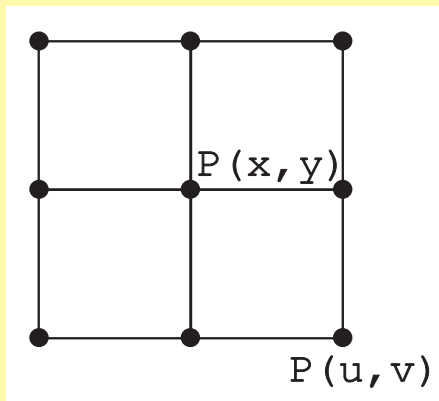
- Baron, kann den Intensitätsfehler des Pixels nicht verteilen
- Fast-Baron, kann den Intensitätsfehler des Pixels nur auf ein Nachbarpixel verteilen

Prinzip: Berechnung aller zu einer der möglichen $n*n$ Klassen gehörenden Pixel.

Verteilung des bei der Darstellung verursachten Fehlers auf die noch nicht berechneten Nachbarpixel entsprechend ihres Abstandes.

Fehlerdiffusions-Verfahren (Teil 2)

Pixelabstände



Rechtwinklig benachbart:

$$(x-u)^2 + (y-v)^2 = 1$$

Diagonal benachbart:

$$(x-u)^2 + (y-v)^2 = 2$$

Den rechtwinklig benachbarten Pixeln wird gewöhnlich der doppelte Anteil des Fehlers zugewiesen wie den diagonal benachbarten.

Verbesserung der Bildqualität

$$I'(x, y) = \frac{I(x, y) - \alpha \bar{I}(x, y)}{1 - \alpha}$$

$$\bar{I}(x, y) = \frac{1}{9} \sum_{u=x-1}^{x+1} \sum_{v=y-1}^{y+1} I(u, v)$$

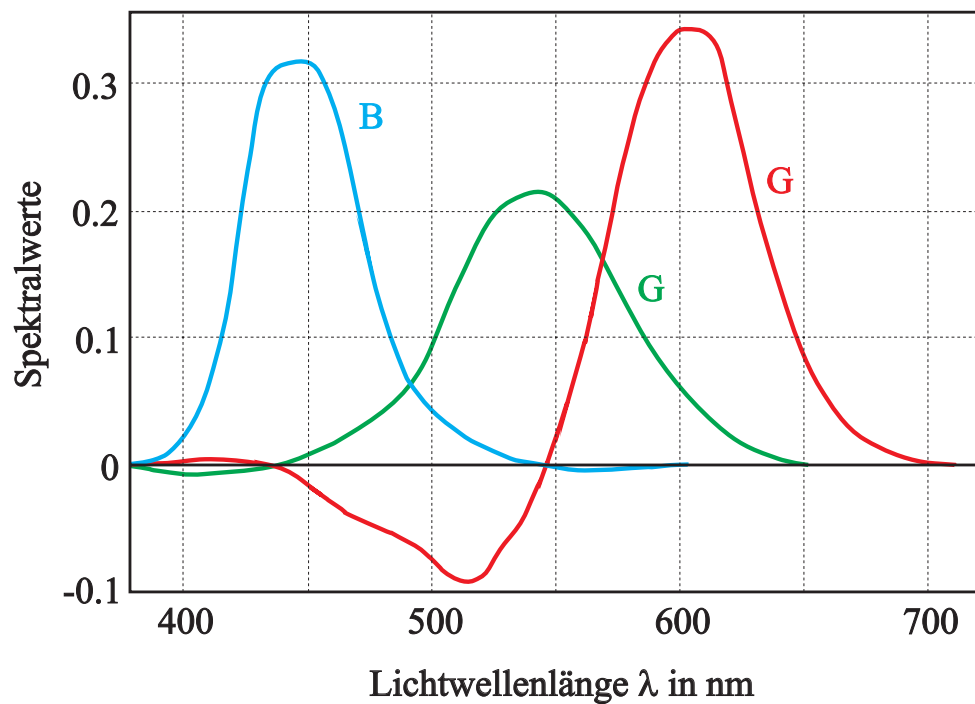
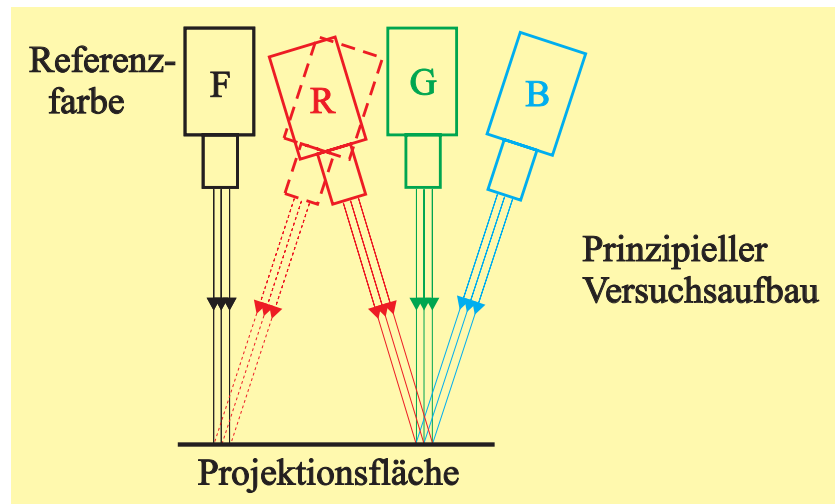
Für $\alpha=0.9$ ergibt sich

$$I'(x, y) = 9I(x, y) - \sum_{\substack{u, v \\ 0 < (x-u)^2 + (y-v)^2 < 3}} I(u, v)$$

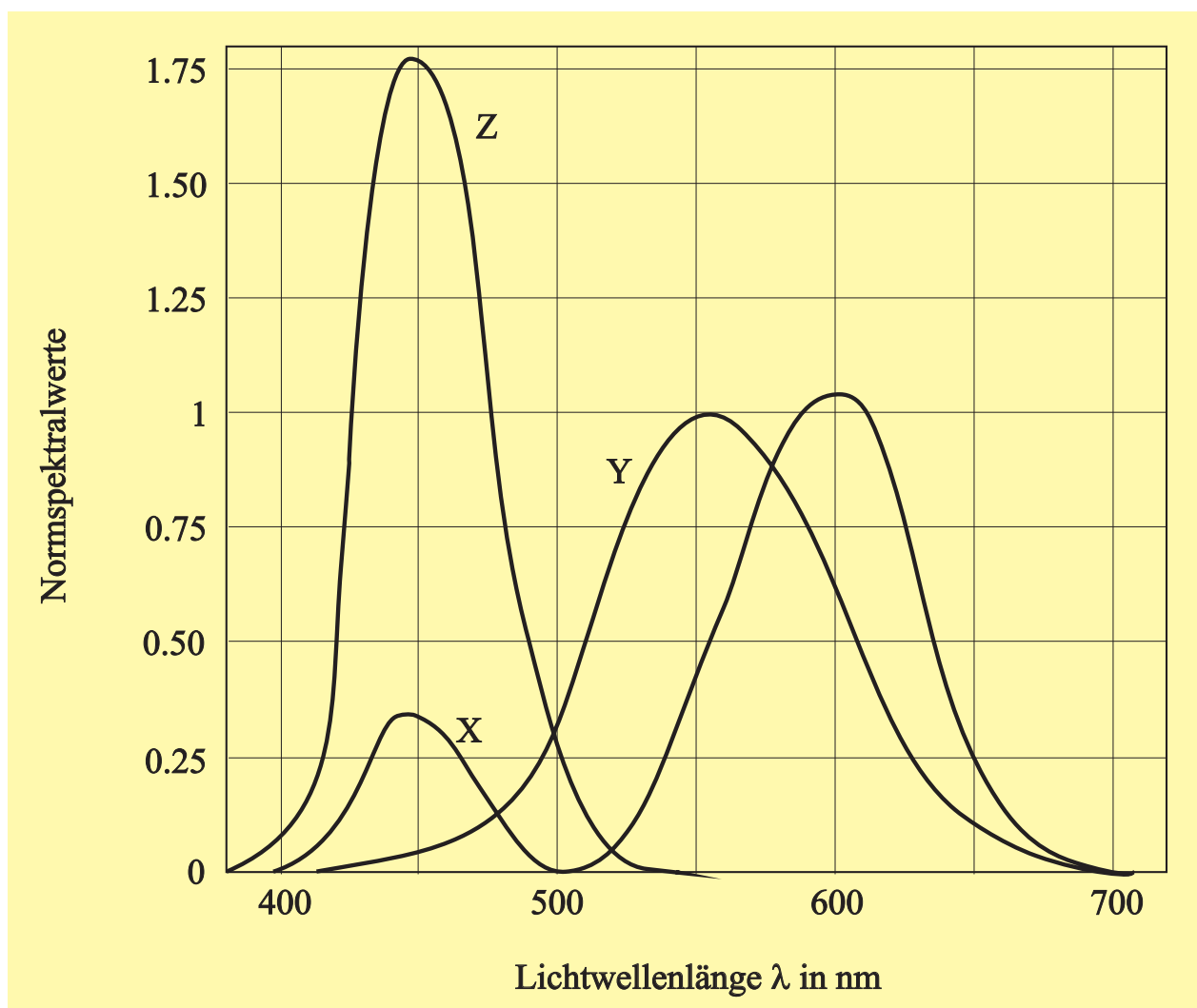
Farbnamen und RGB-Werte in CORELDRAW

Farbname	Rot	Grün	Blau
Eisblau	0.6	1.0	1.0
Himmelblau	0.0	0.8	1.0
Babyblau	0.4	0.6	1.0
Dämmerblau	0.4	0.4	0.8
Blau	0.0	0.0	1.0
Rosa	1.0	0.6	0.8
Sanftrosa	1.0	0.6	0.6
Tropischrosa	1.0	0.4	0.4
Ziegelrot	0.8	0.2	0.0
Rot	1.0	0.0	0.0
Mondgrün	0.8	1.0	0.4
Leuchtendgrün	0.6	1.0	0.0
Grün	0.0	1.0	0.0
Hellviolett	1.0	0.6	1.0
Violett	0.8	0.4	0.8
Magenta	1.0	0.0	1.0
Sand	1.0	0.8	0.6
Pfirsich	1.0	0.6	0.4

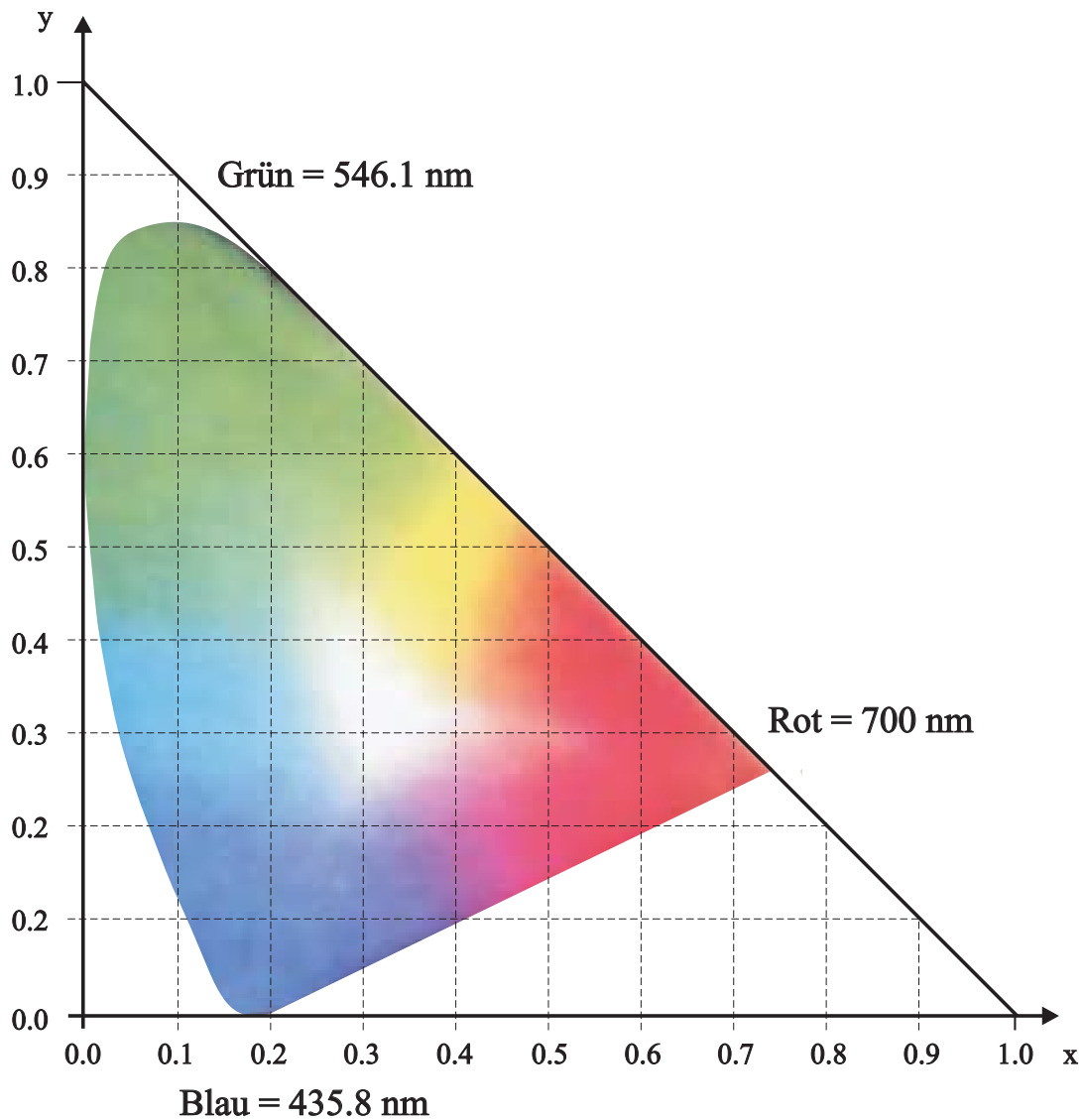
Farbmischkurven



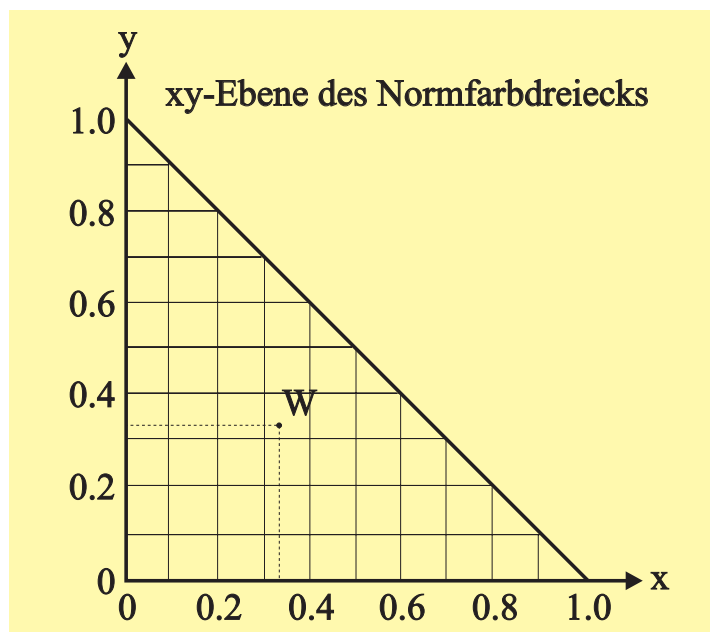
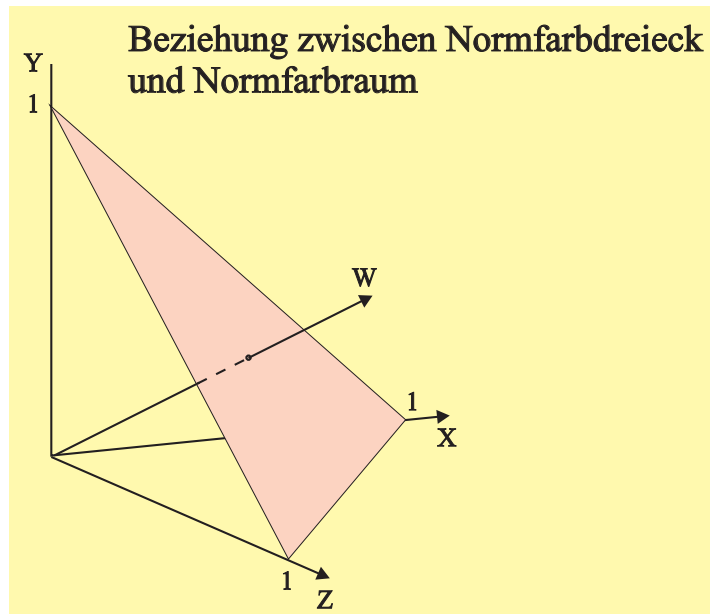
CIE-Normfarbmischkurven



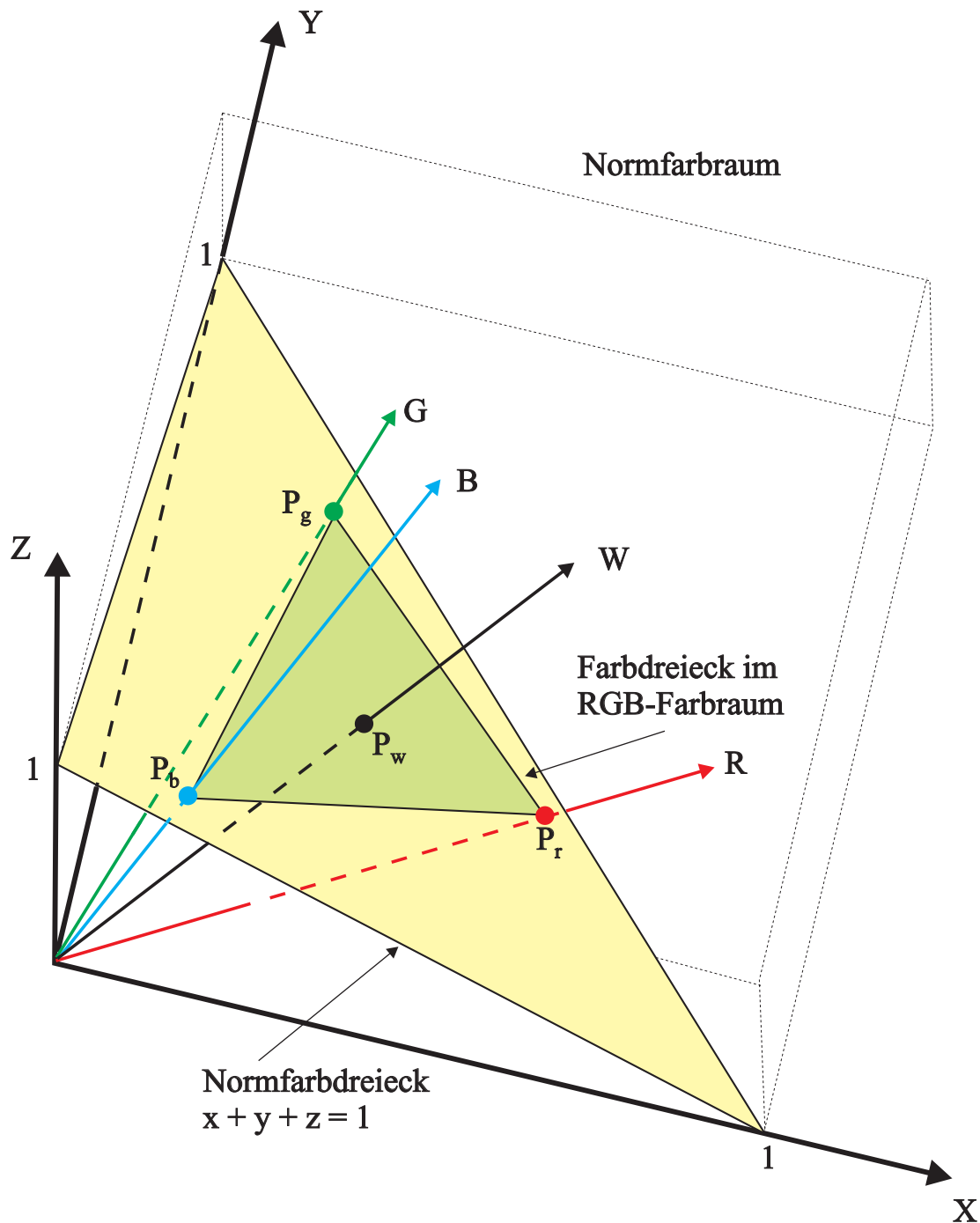
CIEXYZ-Diagramm



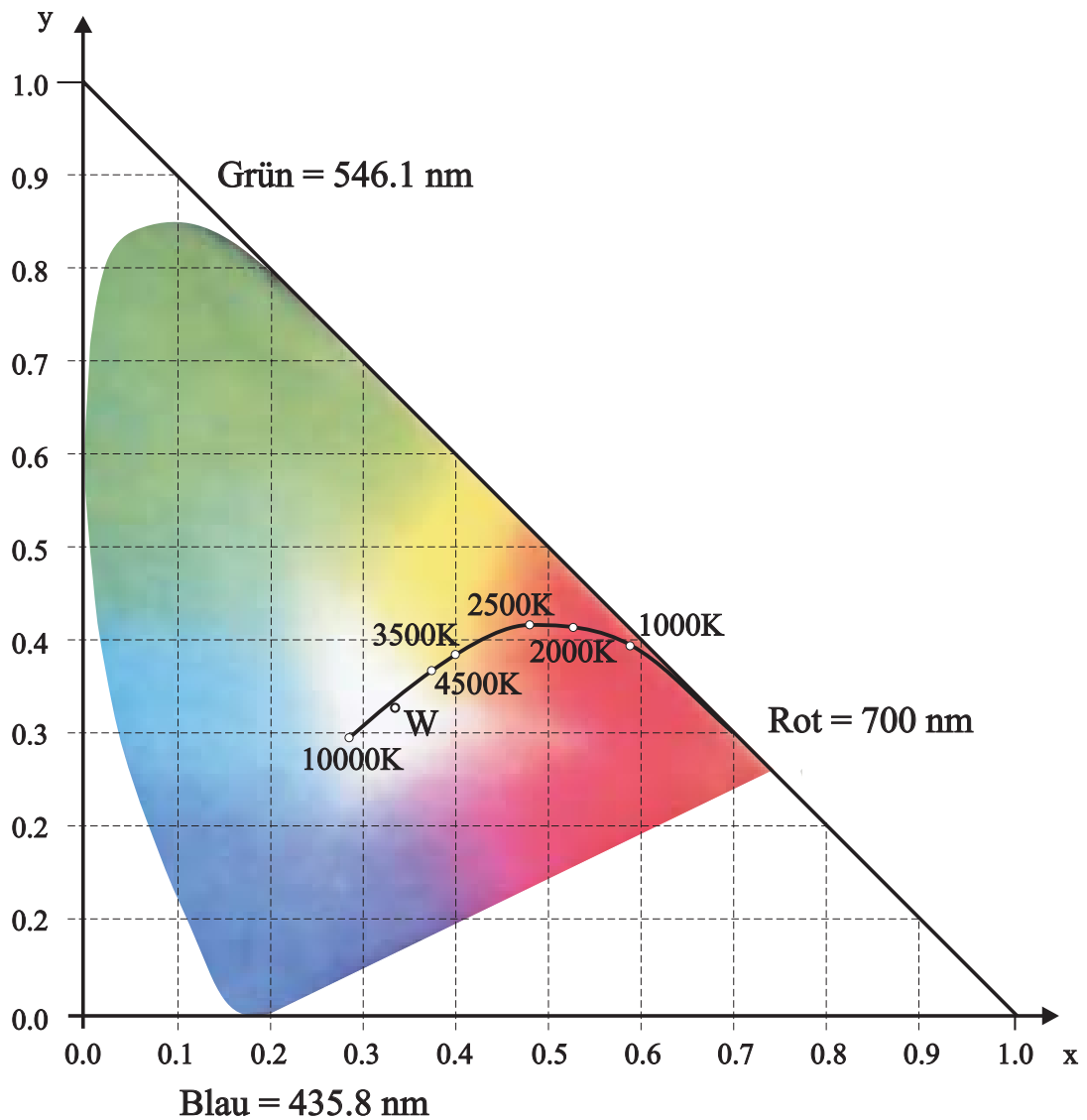
Normfarbdreieck



RGB- und Normfarbraum



Farbtemperatur



5. Minderung von Aliasing-Effekten (Anti-Aliasing)

5.1 Vorbemerkungen

5.2 Anti-Aliasing mit dem modifizierten Grundalgorithmus

5.2.1 Modifizierter Bresenham-Algorithmus

5.2.2 Gupta-Sproull-Algorithmus

5.3 Filtermethode

5.4 Supersampling-Methode

5.5 Glätten von Kanten

Aliasing

Ursache

Entstehen falscher Muster durch zu geringe Abtastung bei der Digitalisierung (Rasterung) analoger Daten

Effekte

- Stairstepping:** stufenförmige Intensitätsänderung entlang einer Linie (Zacken, jaggies)
- Linebreakup:** Unterbrechung von dünnen Linien
- Crawling:** Erscheinen/Nichterscheinen von dünnen Linien
- Scintillation:** Größenänderung bei der Bewegung von Objekten

Abtasttheorem von Shannon

Bei der Digitalisierung muß die Abtastfrequenz mindestens doppelt so hoch sein wie die höchste in der Quelle vorkommende Frequenz

Anti-Aliasing-Techniken (Ansätze)

Modifizierter Grundalgorithmus zum Erzeugen der Ausgabeprimitive (modifizierter Bresenham- oder Midpoint-Algorithmus)

Nachbehandlung von erzeugten Bildern mit einem Postprocessing- Algorithmus (Nachfiltern mit oder ohne Supersampling)

Anwendung einer Filterfunktion auf das zu erzeugende Bild vor dessen Ausgabe (Prefiltering)

Nutzung der Hardware-Fähigkeiten moderner Bildschirme (Pixel Phasing)

Anti-Aliasing-Techniken Modifizierter Grundalgorithmus

Modelle für die Berechnung der Pixelintensitäten

ungewichtete
Flächenberücksichtigung
(Bresenham)

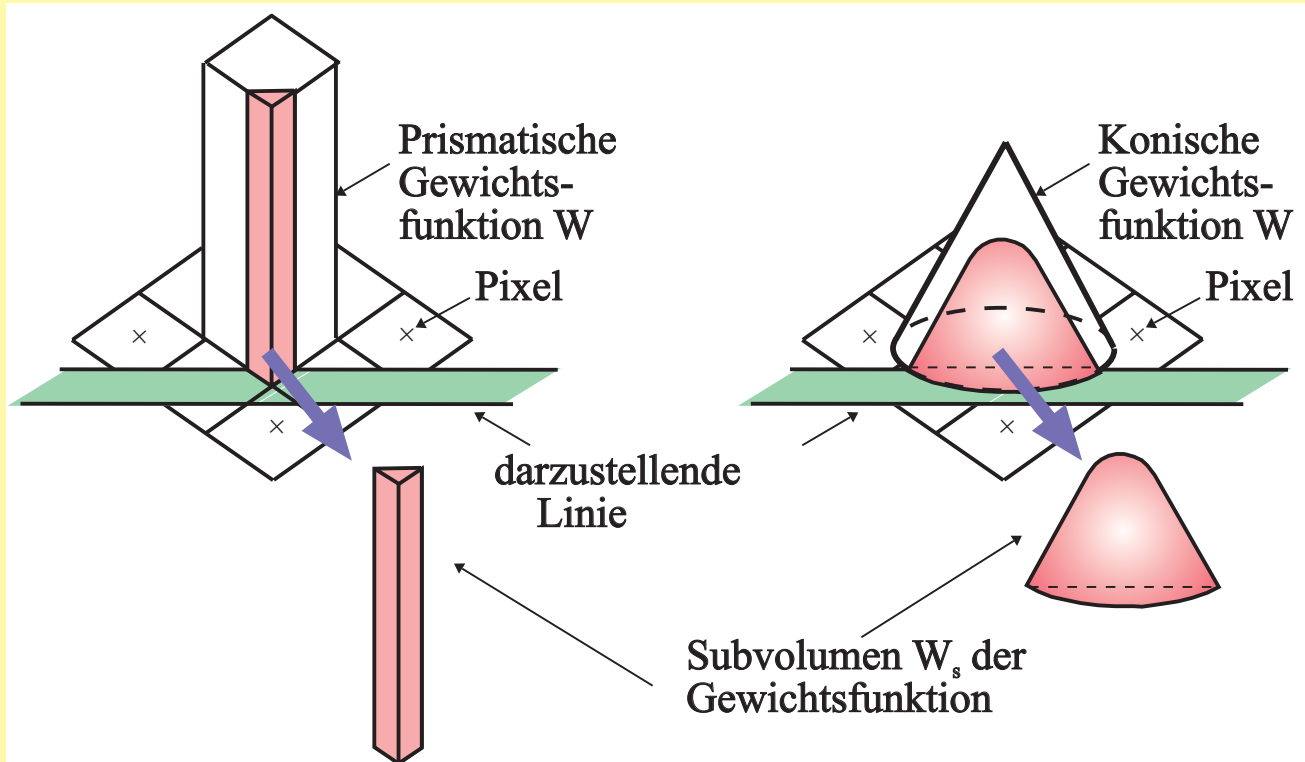
Intensität des Pixels
ist proportional zum
Grad ΔA seiner Über-
deckung

$$I=f(\Delta A)$$

gewichtete
Flächenberücksichtigung
(Gupta-Sproull)

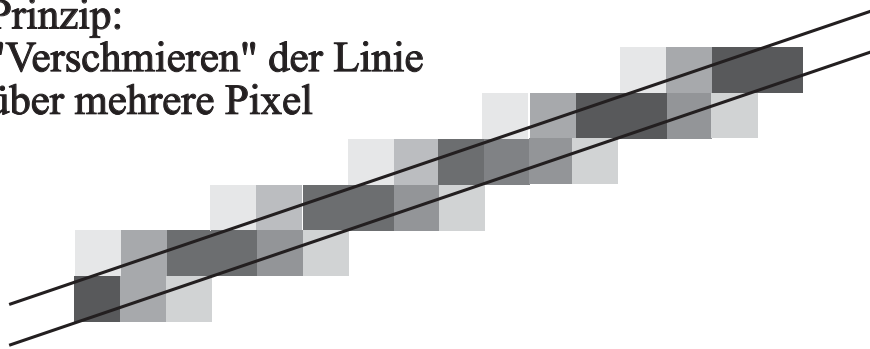
Intensität des Pixels
ist proportional zum
Grad ΔA seiner Über-
deckung und zum Abstand h
des überdeckten Bereiches
 ΔA vom Pixelzentrum

$$I=f(\Delta A, h)$$



Anti-Aliasing-Techniken Modifizierter Grundalgorithmus (Bresenham)

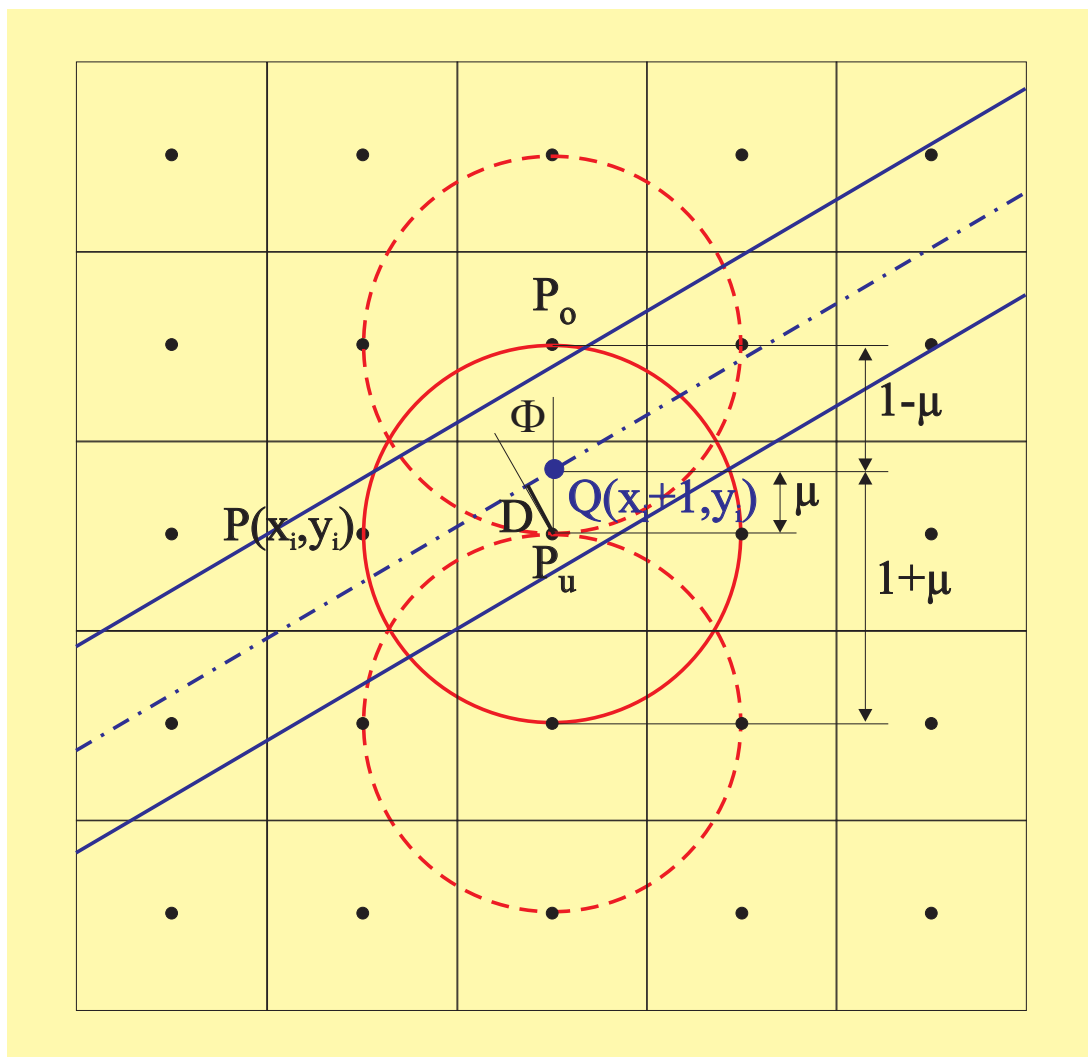
Prinzip:
"Verschmieren" der Linie
über mehrere Pixel



Modifikation der Pixelintensität in Abhängigkeit vom Abstand zur Ideallinie. Die berechnete Intensität des zu setzenden Pixels wird um einen abstandsabhängigen Korrekturwert I erniedrigt, das benachbarte Pixel erhält diesen Wert I .

```
procedure BresenhamAliasing(x1,y1,x2,y2,Intmax:
word);
  var error,x,y,dx,dy,IntPix: integer;
Begin
  dx:=x2-x1; dy:=y2-y1; error:=-dx div 2;
  y:=y1; IntPix:=0;
  for x:=x1 to x2 do
    Begin
      Error:=error+dy;
      if error>=0 then
        Begin
          Y:=y+1;
          Error:=error-dx;
        End;
      PutPixel(x,y,Intmax-IntPix);
      PutPixel(x,y+1,IntPix);
      IntPix:=error*Intmax div dx;
    End;
  end {BresenhamAliasing};
```

Gupta-Sproull-Algorithmus (1)



Gupta-Sproull-Algorithmus (2)

Kegel-Filterfunktion $f(D)$ für $D=0 \dots 1.5$

D	f(D)	D	f(D)
0	0.789	13/16	0.228
1/16	0.775	14/16	0.184
2/16	0.760	15/16	0.145
3/16	0.736	16/16	0.110
4/16	0.703	17/16	0.080
5/16	0.662	18/16	0.056
6/16	0.613	19/16	0.036
7/16	0.558	20/16	0.021
8/16	0.500	21/16	0.010
9/16	0.441	22/16	0.004
10/16	0.383	23/16	0.001
11/16	0.328	24/16	0
12/16	0.276		

Ansatz und Bedingungen für die Approximation der Kegel-Filterfunktion:

$$f(D) = f_0 + a_2 D^2 + a_3 D^3 + a_4 D^4 + a_5 D^5$$

$$\begin{aligned} f(0) = f_0 = 0.789 & & f(1/2) = f_1 = 0.500 \\ f(1) = f_2 = 0.110 & & f(3/2) = f'(3/2) = 0 \end{aligned}$$

Berechnete Koeffizienten der approximierten Filterfunktion:

$$\begin{aligned} a_2 &= [-333 \cdot f_0 + 486 \cdot f_1 - 243 \cdot f_2] / 27 \\ a_3 &= [646 \cdot f_0 - 1134 \cdot f_1 + 810 \cdot f_2] / 27 \\ a_4 &= [-444 \cdot f_0 + 864 \cdot f_1 - 756 \cdot f_2] / 27 \\ a_5 &= [104 \cdot f_0 - 216 \cdot f_1 - 216 \cdot f_2] / 27 \end{aligned}$$

Gupta-Sproull-Algorithmus (3)

```
function PixelIntensitaet_Gupta(D: double): longint;  
{ Filterfunktion nach Gupta-Sproull }  
begin  
  D:=(1-abs(0.789+(((0.08089*D-0.05467)*D+1.17756)*D-1.721)*D*D));  
  PixelIntensitaet_Gupta:=RGBColor(D,D,D);  
end {PixelIntensitaet_Gupta};  
  
procedure AntiAliasingMidpointLine_Gupta(Projekt: TForm; XA,YA,XB,YB: Word);  
  var DX,DY,R,C,G,INC1,INC2,Zwei_v_DX: integer;  
      Nenner,Zwei_DX_Nenner: double;  
begin  
  DX:=XB-XA;  DY:=YB-YA;  
  C:=XA;  R:=YA;  
  G:=2*DY-DX;  
  INC1:=2*DY; INC2:=2*(DY-DX);  
  Zwei_v_DX:=0;  
  Nenner:=1/(2*sqrt(1.0*DX*DX+1.0*DY*DY));  
  Zwei_DX_Nenner:=2*DX*Nenner;  
  Projekt.Canvas.Pixels[C,R ]:=PixelIntensitaet_Gupta(0);  
  Projekt.Canvas.Pixels[C,R+1]:=PixelIntensitaet_Gupta(Zwei_DX_Nenner);  
  Projekt.Canvas.Pixels[C,R-1]:=PixelIntensitaet_Gupta(Zwei_DX_Nenner);  
  while C<XB do  
  begin  
    if G<0 then begin Zwei_v_DX:=G+DX; G:=G+INC1; C:=C+1 end  
              else begin Zwei_v_DX:=G-DX; G:=G+INC2; C:=C+1; R:=R+1 end;  
    Projekt.Canvas.Pixels[C,R ]:=PixelIntensitaet_Gupta(Zwei_v_DX*Nenner);  
    Projekt.Canvas.Pixels[C,R+1]:=PixelIntensitaet_Gupta(Zwei_DX_Nenner  
                                                           -Zwei_v_DX*Nenner);  
    Projekt.Canvas.Pixels[C,R-1]:=PixelIntensitaet_Gupta(Zwei_DX_Nenner  
                                                           +Zwei_v_DX*Nenner);  
  end  
end {AntiAliasingMidpointLine_Gupta};
```

Anti-Aliasing-Techniken Filtermethode

Charakteristik

Das darzustellende Bild wird mit der Auflösung des Bildschirms als Rasterbild erzeugt.

Aus diesem Rasterbild wird das auf dem Bildschirm sichtbare Bild durch Mittelung der Intensitäten auch der Nachbapixel mittels eines Filters berechnet.

Dadurch werden die Intensitäten der Pixel des Rasterbildes über mehrere Pixel des Bildschirmbildes "verschmiert".

Filter (Beispiel):

1/36	4/36	1/36
4/36	16/36	4/36
1/36	4/36	1/36

Gesamtintensität $I_p(x,y)$ des Pixels $P(x,y)$

$$I_p(x,y) = [I(x-1,y-1) + 4I(x,y-1) + I(x+1,y-1) \\ + 4I(x-1,y) + 16I(x,y) + 4I(x+1,y) \\ + I(x-1,y+1) + 4I(x,y+1) + I(x+1,y+1)] / 36$$

Anti-Aliasing-Techniken Supersampling-Methoden

Supersampling:

Pro Pixel werden mehrere Abtastpunkte verwendet. Das auszugebende Bild wird für eine höhere Auflösung gerastert. Üblich ist in beiden Richtungen eine 2- bis 4-mal größere Auflösung. Der Intensitätswert des Bildschirm-pixels ist dann der Mittelwert der zugehörigen Rasterpixel.

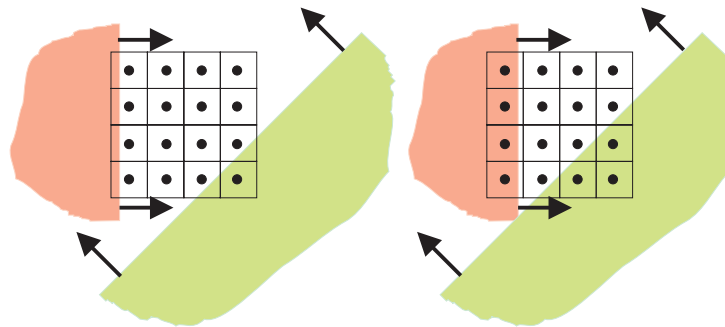
Adaptives Supersampling:

Es arbeitet nur in Bereichen, in denen Aliasing-Effekte auftreten können.

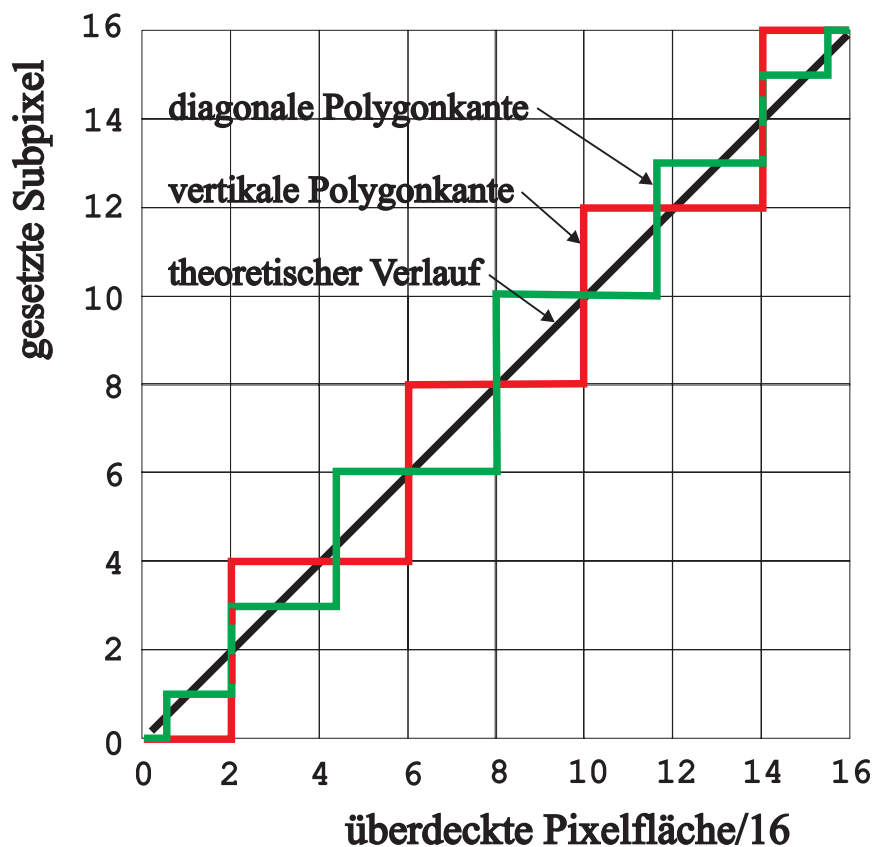
Stochastisches Supersampling:

Die Position der Abtastpunkte wird jeweils um einen zufälligen Betrag geändert. Die eingeführten Störungen mindern die Aliasing-Effekte.

Reihenfolge der Überdeckung der Subpixel



Zahl Subpixel = $f(\text{überdeckte Pixelfläche})$



EXACT-Algorithmus

Wirkung der Prioritätsmaske P auf die Subpixelmasken A und B

